数 学

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、問題冊子の中を見てはいけません。
- 2. 試験中に問題用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3. 受験番号を, すべての解答用紙の受験番号欄に記入しなさい。
- 4. 試験時間は120分です。
- 5. 問題用紙は2枚, 解答用紙は4枚です。
- 6. 問題は全部で5問あります。合計4問選択し、その4問を解答しなさい。 なお、5問全部について解答することはできません。
- 7. 解答用紙の左上の枠に、選択した問題の番号を正しく記入しなさい。
- 8. 1問につき1枚の解答用紙に書きなさい。 必要なら**解答用紙の裏面を使用してもよいが**、その時には表面に「**裏面に続く」と記入**しなさい。
- 9. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数に含みません。

数学

lackbrace 行列 A と B を以下のように定める.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

このとき、以下の問いに答えよ.

(配点 30)

- (1) B が正則行列か否かを判定し、正則行列ならば B の逆行列 B^{-1} を求めよ、
- (2) A と B の積 AB を求め、AB = BC となる 3 次正方行列 C を求めよ.
- (3) 正の整数nに対し、Aのn乗 A^n を求めよ。
- $egin{aligned} egin{aligned} p,q$ を実数とし,行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & p & 1 \end{bmatrix}$, $oldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ q \\ -3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4$ とする.実数 x,y,z,w に関

する連立1次方程式

$$Aegin{bmatrix} x \ y \ z \ w \end{bmatrix} = oldsymbol{b} \qquad \cdots \ (*)$$

を考える. このとき, 以下の問いに答えよ.

(配点 30)

- (1) 連立 l 次方程式 (*) がただ l つの解を持つとき、y を p,q を用いて表せ.
- (2) 連立 1 次方程式 (*) が無限個の解を持つための p,q の条件を求めよ.
- (3) p,q は (2) の条件を満たすとする.線形写像 $f:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^4$ を f(v)=Av $(v\in\mathbb{R}^4)$ で 定義する.このとき,f の核 $\operatorname{Ker} f$ の次元と基底を求めよ.さらに f の像 $\operatorname{Im} f$ の次元を求めよ.

2 変数関数 $f(x,y) = x^4 - 4xy + y^2 - 1$ および xy 平面上において f(x,y) = 0 が定める 曲線 C を考える。このとき、以下の問いに答えよ。 (配点 30)

- (1) f(x,y) の極値をすべて求めよ.
- (2) 曲線 C 上の点 (2,3) における接線の方程式を求めよ.
- (3) f(x,y)=0 が点 (2,3) の近くで定める陰関数 $y=\varphi(x)$ について、 $\varphi''(2)$ を求めよ.

以下の問いに答えよ.

(配点 30)

(I) 次の重積分の値を求めよ.

(1)
$$I_1 = \iint_{D_1} x^2 dx dy$$
, $D_1 = \{(x, y) : x^2 + 2y^2 \le 1\}$

(2)
$$I_2 = \iint_{D_2} y e^{y-x^2} dx dy$$
, $D_2 = \{(x, y) : x^2 \le y \le \sqrt{2} x\}$

(II) 次の広義積分の値を求めよ.

$$J = \int_0^\infty \frac{dx}{e^x + 5e^{-x} + 2}$$

5 複素関数 $f(z) = \frac{z^4}{z^6 + 1}$ について、以下の問いに答えよ、ただし、i は虚数単位を表す。 (配点 30)

- (1) 点 $z = e^{\frac{\pi i}{6}}$ における f(z) の留数を求めよ.
- (2) R>1 として、複素平面における円 |z|=R 上の点 R から正の向きに点 $Re^{\frac{\pi i}{3}}$ に至る 円弧を C_1 とし、点 $Re^{\frac{\pi i}{3}}$ から原点 O に至る線分を C_2 とする。このとき、次の不等 式と等式が成り立つことをそれぞれ示せ、ただし、 $\omega=e^{\frac{\pi i}{6}}$ とする.

$$\left| \int_{C_1} f(z) dz \right| \le \frac{\pi}{3} \cdot \frac{R^5}{R^6 - 1}, \quad \int_{C_2} f(z) dz = \omega^4 \int_0^R f(x) dx$$

(3) 広義積分 $I = \int_0^\infty f(x) dx$ の値を求めよ.

物 理 学・化 学

注意事項

- 1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子の中を見てはいけません。
- 2. 問題用紙は6枚で、問題は物理学3問、化学3問あります。 物理学又は化学のいずれかを選択し、選択した科目の全問に解答しなさい。
- 3. 解答用紙は物理学3枚(1~3), 化学3枚(1~3) あります。
- 4. 受験番号を、すべての解答用紙の受験番号欄に記入しなさい。
- 5. 解答用紙の「科目の選択」欄には、選択した科目の3枚すべてに○印を、 選択しない科目の3枚すべてに×印を付けなさい。
- 6. 解答は、選択した科目の解答用紙(〇印を付けた解答用紙)に記入しなさい。 必要なら解答用紙の裏面を使用してもよいが、そのときには表面に「裏面に続く」 と記入しなさい。
- 7. 試験中に問題用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に 気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 8. 試験時間は90分です。
- 9. 試験終了時に、監督者の指示に従って、すべての解答用紙を提出しなさい。
- 10. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数に含みません。

物理学

- 1 質量mの小物体が,時刻t=0から初速0で速度vの2乗に比例する慣性抵抗を受けながら落下する. y軸を鉛直上向きにとり,慣性抵抗の大きさを κv^2 ,重力加速度の大きさをgとするとき,以下の問いに答えよ.小問 $(2)\sim(4)$ については,導出過程を記すこと.(配点30)
 - (1) 小物体の運動方程式を書け.
 - (2) 時間の関数として速度vを求めよ.以下の関係を利用してよい.

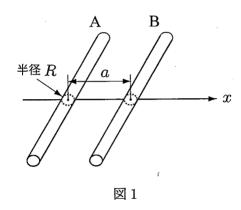
$$\frac{1}{a^2 - b^2} = \frac{1}{2a} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b} \right)$$

- (3) 落下開始直後の速度を時間 tの1次までで表せ.
- (4) 落下開始から十分に時間が経過したあとの速度(終端速度) v_{∞} を求めよ.
- (5) 小物体の位置 y を時間 t の関数として、およその振るまいを図示せよ.時刻 t=0 での位置を y=0 とし、落下開始直後の速度から、終端速度へと連続的に移り変わる様子が明確に伝わるように描くこと.

物理学

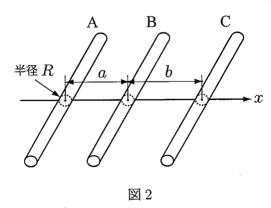
 $\mathbf{2}$ 一様に帯電した半径Rの無限に長い中空の円筒導体を,互いに離して真空中に置く.円筒導体の半径Rは導体間の距離に比べて十分に小さく,電荷分布に与える影響は無視できるものとする.真空の誘電率を ε_0 として,以下の問いに答えよ.(配点 30)

2本の円筒導体 A,B に軸方向の単位長さあたりそれぞれ $\lambda(>0)$, $-\lambda/3$ の電荷を与え,図 1 のように a だけ離して互いに平行に固定した.ここで, $a\gg R$ とする.



- (1) 円筒導体 A, B の中心軸を垂直に結ぶ直線上で、円筒導体 A の中心軸から x の位置に生じる 導体間の電場の大きさ E(x) を $R \le x \le a R$ の範囲で求めよ.
- (2) 円筒導体Bを電位の基準として、円筒導体Aの電位φを求めよ.

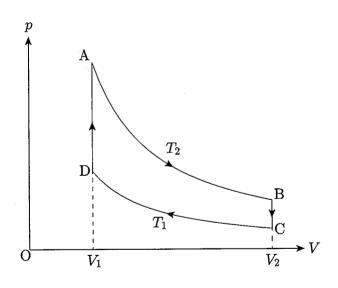
次に、軸方向の単位長さあたり $\lambda_{\rm C}(>0)$ の電荷を与えた円筒導体 ${\rm C}$ を、図 2 のように導体 ${\rm B}$ から距離 b だけ離して互いに平行に固定した、ここで、 $a,b\gg R$ とする、



- (3) これらの円筒導体の間にはたらく力が互いにつりあうとき、 $\lambda_{\rm C}$ を λ を使って表せ. a、b を用いないこと.
- (4) 小問 (3) が満たされるとき、円筒導体 B と C の間の距離 b は、円筒導体 A と B の間の距離 a の何倍かを答えよ.

物理学

- 図のような理想気体に対する準静的なサイクルを考える. $A \rightarrow B$ および $C \rightarrow D$ はそれぞれ,温度 T_2 , T_1 の熱源に接した等温過程である. また $B \rightarrow C$ および $D \rightarrow A$ はそれぞれ,体積 V_2 , V_1 の定積過程である. 理想気体のモル数を n,気体定数を R,定積モル熱容量を C_V として,以下の問いに答えよ. (配点 30)
 - (1) $A \rightarrow B$ で気体が外部にする仕事 W_{AB} と、気体が温度 T_2 の熱源とやりとりする熱量 Q_{AB} をそれぞれ求めよ、ここで Q は、気体が熱量を吸収する場合を正に、放出する場合を負にとることとする.
 - (2) BightarrowC で気体が外部にする仕事 $W_{
 m BC}$ と、気体がやりとりする熱量 $Q_{
 m BC}$ をそれぞれ求めよ.
 - (3) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の 1 サイクルで気体が外部にする仕事 W を求めよ.
 - (4) このサイクルの効率 η を求めよ.



化学

1

原子の構造に関する以下の間に答えよ。計算を要する間では導出過程も記すこと。プランク定数 $h=6.6 imes 10^{-34}\,\mathrm{J}\,\mathrm{s}$,光の速度 $c=3.0 imes 10^8\,\mathrm{m/s}$ とせよ。(配点 30)

- (2) 2p 軌道には、スピン量子数以外の量子数が異なる複数の軌道がある。この量子数の名称 と、この量子数が 2p 軌道でとりうる値をすべて書け。
- (3) 価電子の電子配置が次のように表される原子は、それぞれ周期表のどの族に属するか。ただし、希ガス元素は18族である。
 - (a) ns^2
- (b) ns^2np^5
- (c) $ns^2(n-1)d^1(n=4, 5)$
- (4) 同一周期内のハロゲン元素と希ガス元素では、原子の電子親和力はどちらが大きいか。また、その理由を説明せよ。
- (5) 金属ナトリウムに光を照射したとき、振動数のしきい値 ゅ=5.6×10¹⁴ Hz を超える光でない と、光電効果により光電子は放出されない。
 - (a) 振動数 wの光の波長 みを求めよ。
 - (b) 波長 λ = 400 nm の光を照射したとき、光電子は放出されるか。また、放出される場合 については、電子の運動エネルギーの最大値 E_{max} (J) を求めよ。
- (6) 特性 X 線の K_{α} 線に対するモーズリーの法則は、式 (i) で与えられる。ここで、 ν は振動数、Z は原子番号、a は定数である。モリブデン Mo (Z=42) の K_{α} 線の波長は 71 pm(1 pm = 10^{-12} m)である。銅 Cu (Z=29) の K_{α} 線の波長を求めよ。また、(Z-1) に現れる 1 の由来を説明せよ。

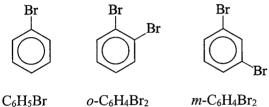
$$\sqrt{\nu} = a(Z-1)$$
 ··· (i)

化学

2

化学結合に関する以下の間に答えよ。計算を要する間では計算過程も記すこと。(配点30)

- (1) アセトアルデヒド (CH₃-CHO) のホルミル基の C 原子のまわりの結合角について、 分子構造からおよそ何度と予測できるか。「混成軌道」という語句を使って説明せ よ。
- (2) ブロモベンゼン (C_6H_5Br) の電気双極子モーメント μ は 1.7 D ($1D=3.3\times10^{-30}$ Cm) である。オルト位とメタ位に Br 置換したジブロモベンゼンの電気双極子モーメントを考える。



- (a) ブロモベンゼンの μ 値が C-Br 間の点電荷によるベクトル量であり、C と Br の電荷の偏り δ [±]が変わらないとして、o-ジブロモベンゼン(o-C $_{\delta}$ H $_{\delta}$ Br $_{2}$)の電気 双極子モーメント μ を計算せよ。ただし、ベンゼン環の C-C 間、C-Br 間距離 はそれぞれ変わらないものとする。
- (b) o-C₆H₄Br₂ と m-ジブロモベンゼン(m-C₆H₄Br₂)の電気双極子モーメントの比 μ (o-C₆H₄Br₂)/ μ (m-C₆H₄Br₂) を計算せよ。
- (3) 気相における Mg_2 分子(原子番号 12) の結合解離エネルギーは、 Na_2 分子(原子番号 11) のエネルギーに比べて非常に小さい。この理由をそれぞれの 3s 軌道から形成される分子軌道のエネルギーダイアグラム(下図)を使って説明せよ。



(4) 酢酸 CH_3COOH (分子量 60) の沸点は 391 K で、エチルメチルエーテル $C_2H_3OCH_3$ (分子量 60) の沸点 284 K よりも非常に高い。その理由を構造式を用いて説明せよ。

化学

3

化学熱力学に関する以下の問に答えよ。計算を要する問には導出過程も記すこと。気体定数 $R=8.3~\rm I~mol^{-1}~K^{-1}$, ファラデー定数 $F=9.6\times10^4~\rm C~mol^{-1}$, 自然対数 $\ln10=2.3$, $\ln300=5.7$, $\ln360=5.9~\rm E$ する。 (配点 30)

- (1) 温度 300 K において, ある理想気体(0.050 mol, 体積 1.0 L)が等温可逆的に体積 10.0 L まで 膨張した。この膨張過程における, 次の量をそれぞれ求めよ。
 - (a) 気体が外界から吸収した熱 Q〔J〕
 - (b) 気体のエントロピー変化ΔS [J K-1]
- (2) 温度 300 K の水 100 g を定圧条件のもとで 360 K まで加熱した。このとき外界は温度 360 K を保つ熱源として作用した。水 1.0 g あたりの定圧熱容量を $4.2\,\mathrm{J\,K^{-1}g^{-1}}$ として以下の問に答えよ。
 - (a) この過程における水のエントロピー変化 ΔS_{π} 〔J K^{-1} 〕を求めよ。
 - (b) この過程における外界のエントロピー変化ΔS_{外界}〔J K⁻¹〕を求めよ。
 - (c) 水と外界を合わせた系全体の過程は可逆過程,不可逆過程のいずれか。 ΔS_{x} と $\Delta S_{y,p}$ の値にもとづいて理由も述べよ。
- (3) リン酸型水素燃料電池の構成と電池全体の反応を以下に示す。電池は標準状態(298 K, 1.0×10^5 Pa)で作動するものとし、生成する H_2 Oは液体として以下の問に答えよ。また、反応式(i)の H_2 O 1.0 mol当たりの自由エネルギー変化 $\Delta_r G^\circ$ = -240 kJ mol $^{-1}$, エントロピー変化 $\Delta_r S^\circ$ = -160 J K $^{-1}$ mol $^{-1}$ とする。

(-)
$$H_2 \mid H_3PO_4(aq) \mid O_2 (+)$$

 $H_2(g) + 1/2 O_2(g) \rightarrow H_2O(l)$... (i)

- (a) 反応式 (i) の H_2O 1.0 mol当たりのエンタルピー変化 $\Delta_r H^{\circ}$ 〔J mol^{-1} 〕を求めよ。
- (b) この燃料電池の標準起電力E°〔V〕を求めよ。

英 語

注意事項

- 1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子の中を見てはいけません。
- 2. 試験中に問題用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3. 受験番号を, すべての解答用紙の受験番号欄に記入しなさい。
- 4. 試験時間は90分です。
- 5. 問題用紙は6枚、解答用紙は2枚です。解答用紙の該当欄に解答しなさい。
- 6. 問題は2問あります。両方とも解答しなさい。
- 7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数に含みません。

英 語

以下の英文を読み、その内容に合うように日本語の要約中の空欄を埋めなさい。(要約は英文の後にあります。)空欄に入れるべき文字数とマスの数は特に連動していないので、20字以内で必要な長さを日本語で書きなさい。英数字は1マスに2文字を記入すること。(配点45)

例: UEC → UE C 123 → 12 3

著作権上の都合により、掲載いたしません。

著作権上の都合により、掲載いたしません。

出典:

Ananya. (2023, February 17). This robot automatically tucks its limbs to squeeze through spaces. Science News. https://www.sciencenews.org/article/robot-limbs-ants-locomotion

【要約】

アリの動きに着想を得て、足を縮めることで(①)ロボットが開発された。考慮すべき環境が多様なので、歩行ロボットに(②)を備えさせるのは難しい。この課題を克服するために、研究者はアルゴリズムによるロボットよりも(③)の実装を目指した。その結果、(④)に必要なセンサーや計算要素を減らすことで、ロボットの小型化が実現できそうである。現状では、捜索救助や探索活動での利用には(⑤)すぎるが、研究者の実際の関心は、このロボットを使って(⑥)の動き方を理解することにある。

I 下書き用紙

注意:答えは必ず解答用紙に書きなさい。英数字は1マスに2文字を記入すること。

例: UEC → UE C 1234 → 12 34

1															
2															
3															
<u>.</u>					1										
(5)		 		 		I			 !	1		1]		
6		 I	1	<u> </u>		<u> </u>		[L		l	I	<u> </u>	1	

- [II] 次の二つの質問から一つだけ選んで、少なくとも二つの理由を挙げて英語で具体的に答えなさい。選ん だ質問の番号を解答用紙の[]の中に書きなさい。下書き用紙が次のページにあります。(配点 45)
- 1. During the past few years, some people have been choosing to work remotely. That is, they are working from home rather than working at an office. If you had a choice, would you prefer to work from home or to work at an office? Why do you think so?

OR

2. These days, many kinds of technology are used in schools. In your opinion, does the use of new technology result in higher quality education? Why or why not?

II 下書き用紙

注意:答えは必ず解答用紙に書きなさい。