

2022年度 情報理工学域特別編入学試験

数 学

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験中に問題用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 受験番号を、すべての解答用紙の受験番号欄に記入しなさい。
4. 試験時間は120分です。
5. 問題用紙は2枚、解答用紙は4枚です。
6. 問題は全部で5問あります。合計4問選択し、その4問を解答しなさい。
なお、5問全部について解答することはできません。
7. 解答用紙の左上の枠に、選択した問題の番号を正しく記入しなさい。
8. 1問につき1枚の解答用紙に書きなさい。
必要なら解答用紙の裏面を使用してもよいが、その時には表面に「裏面に続く」と記入しなさい。
9. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数に含みません。

数 学

1

線形写像 $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ を以下で定義する.

(配点 30)

$$f \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x - 3y + 6z + 4w \\ -3x + 3y - 8z - 4w \\ 2x + 3y - 3z - 4w \\ -5x + 6y - 15z - 8w \end{bmatrix}$$

(1) f の核 $\text{Ker } f$ の次元と基底を求めよ.

次に, 4次正方行列 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & -1 \\ 1 & -2 & -3 & -3 \\ -2 & -3 & -4 & 1 \\ 5 & 4 & 5 & -5 \end{bmatrix}$ を用いて, 線形写像 $g: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ を

 $g(x) = Ax$ ($x \in \mathbb{R}^4$) で定義する.(2) g の像 $\text{Im } g$ の次元と基底を求めよ.(3) 共通部分 $\text{Ker } f \cap \text{Im } g$ の基底を求めよ.

2

3次正方行列 $M = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -2 \\ -10 & 8 & -4 \\ -5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ を考える.

(配点 30)

(1) M の固有値をすべて求め, さらに最小の固有値に対応する固有ベクトルを求めよ.次に, \mathbb{R}^3 の基底 $\mathcal{A} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ と線形写像 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ を考える. 基底 \mathcal{A} に関する f の表現行列が M であるとする.(2) $f(\mathbf{a}_1)$ を $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ の1次結合で表せ.(3) \mathbb{R}^3 の基底 $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ を考える. 基底 \mathcal{B} に関する f の表現行列が対角行列となっているとする. このような $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ を $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ を用いて一組求めよ.

3

xy 平面上の曲線 $C: \begin{cases} x = \sin t \\ y = t \cos t \end{cases} \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \right)$ について考える. C 上で y は x の関数となるが, これを $y = f(x) \ (0 \leq x \leq 1)$ と表す. このとき以下の問いに答えよ.

(配点 30)

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x) \ (0 < x < 1)$ を t の関数として表せ.(2) $f(x)$ の $x = \frac{1}{2}$ におけるテイラー展開

$$f(x) = a_0 + a_1 \left(x - \frac{1}{2} \right) + a_2 \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + \dots$$

の係数 a_0, a_1, a_2 を求めよ.(3) 曲線 C と x 軸で囲まれた部分を D とするとき, 重積分 $\iint_D x \, dx dy$ の値を求めよ.**4**

以下の重積分の値を求めよ.

(配点 30)

(1) $I_1 = \iint_{D_1} e^y \, dx dy, \quad D_1 = \{(x, y) : 0 \leq x + y \leq 1, 0 \leq x - y \leq 1\}$

(2) $I_2 = \iint_{D_2} x\sqrt{x} \, dx dy, \quad D_2 = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq x\}$

(3) $I_3 = \iiint_V y\sqrt{1+x^2+y^2+z^2} \, dx dy dz, \quad V = \{(x, y, z) : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$

5複素関数 $f(z) = \frac{\sin z}{z^2(z-i)}$ に対して, 以下の問いに答えよ. ただし, i は虚数単位を表す.

(配点 30)

(1) $\sin i$ の実部と虚部を求めよ.(2) $f(z)$ のすべての極とそれぞれの極の位数を求めよ.(3) 複素積分 $\int_{|z|=2} f(z) \, dz$ (積分路は正の向きに1周) の値を求めよ.

2022年度 情報理工学域特別編入学試験

物理学・化学

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題用紙は6枚で、問題は物理学3問、化学3問あります。
物理学又は化学のいずれかを選択し、選択した科目の全問に解答しなさい。
3. 解答用紙は物理学3枚（1~3），化学3枚（1~3）あります。
4. 受験番号を、すべての解答用紙の受験番号欄に記入しなさい。
5. 解答用紙の「科目の選択」欄には、選択した科目の3枚すべてに○印を、
選択しない科目の3枚すべてに×印を付けなさい。
6. 解答は、選択した科目の解答用紙（○印を付けた解答用紙）に記入しなさい。
必要なら解答用紙の裏面を使用してもよいが、そのときには表面に「裏面に続く」と記入しなさい。
7. 試験中に問題用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に
気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 試験時間は90分です。
9. 試験終了時に、監督者の指示に従って、すべての解答用紙を提出しなさい。
10. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

問題訂正〔情報理工学域 特別編入学試験 物理学〕

1 ページ 1 (1) および (3)

1 (1)

(誤) 「小物体の・・・」

(正) 「動いている小物体の・・・」

1 (3)

(誤) 「・・・を書け。」

(正) 「・・・を書け。 ただし、剛体球が斜面から受ける摩擦力を F' とする。」

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数に含みません。

物理学

1

図1のように、水平面となす角が θ の粗い斜面上に、質量 m の小物体を置いた。小物体にはたらく外力は重力、斜面から受ける垂直抗力 N および摩擦力 F である。 x 軸を斜面に沿って下向きにとり、重力加速度の大きさを g として、以下の問に答えよ。(配点30)

- (1) 小物体の x 軸方向の運動方程式を書け。
- (2) 斜面の角度をゆっくりと大きくするとき、小物体は角度 θ_0 で滑り出した。斜面の静止摩擦係数 μ を求めよ。

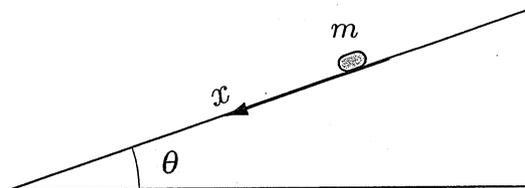


図1

次に図2のように、水平面となす角が θ の粗い斜面上に、一様な材質の質量 M 、半径 R の剛体球を置いた。重心の周りの角速度を ω 、回転軸周りの慣性モーメントを I_0 として、以下の問に答えよ。

- (3) 剛体球の重心周りの回転運動の運動方程式を書け。
- (4) 剛体球が斜面を滑ることなく転がり落ちるとき、剛体球が斜面から受ける摩擦力 F' を M , g , I_0 , R , θ を用いて表せ。
- (5) 斜面の静止摩擦係数を μ' として、剛体球が斜面を滑らない条件を μ' , M , I_0 , R , θ を用いて表せ。

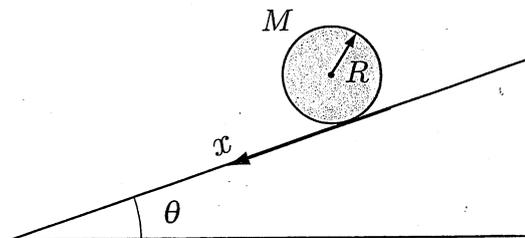


図2

2

真空中に置かれた半径 R の球の外側に、半径 $2R$ の球殻が同一中心となるように置かれている。内側の球の内部は電荷 $Q (> 0)$ が一様に分布しており、外側の球殻には電荷 $-Q$ が一様に分布している。球殻の厚みは無視できるとする。真空の誘電率（電気定数）を ϵ_0 とし、球の中心を座標軸の原点にとる。以下の問に答えよ。（配点 30）

- (1) 球の内部、球殻の内側および外側の位置での電場を、球の中心からの距離 r の関数 $\vec{E}(r)$ として求めよ。また、縦軸に電場の大きさ、横軸に中心からの距離をとったグラフを示せ。グラフの横軸の範囲は $0 < r < 3R$ とし、特徴的な値を示すこと。
- (2) 球の内部、球殻の内側および外側の位置での電位を、球の中心からの距離 r の関数 $\phi(r)$ として求めよ。電位の基準は無限遠とする。また、縦軸に電位の大きさ、横軸に中心からの距離をとったグラフを示せ。グラフの横軸の範囲は $0 < r < 3R$ とし、特徴的な値を示すこと。

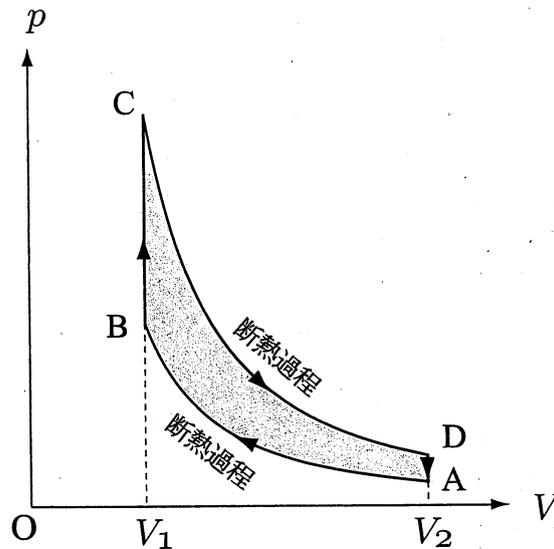
球の中心から距離 $r_0 (< R)$ の位置に、負の電荷 $-q$ をもつ質量 m の質点を置き、静かに離れた。質点を離れた時刻を $t = 0$ として、この質点の運動を考える。ここで、質点には電気的な力のみがはたらくとする。

- (3) 質点の位置を $r(t)$ として、この質点の運動方程式を書け。
- (4) $r(t)$ を求めよ。

3

下図のような理想気体に対するオットーサイクルを考える。A→BおよびC→Dは断熱過程である。各点での温度は T_A, T_B, T_C, T_D で、B, CおよびA, Dの体積はそれぞれ V_1, V_2 である。理想気体のモル数は n で、必要があれば定積モル熱容量 C_V 、定圧モル熱容量 C_p 、および、それらの比 $\gamma = C_p/C_V$ を用いよ。(配点 30)

- (1) A→Bの過程での気体が行う仕事 W_{AB} およびC→Dでの仕事 W_{CD} を求めよ。
- (2) 理想気体の断熱過程で温度 T と体積 V の間に成り立つ関係を示し、 T_A, T_B, T_C, T_D の間に成り立つ関係を求めよ。
- (3) B→Cの過程で系が吸収する熱量 Q とD→Aの過程で系が放出する熱量 Q' をそれぞれ求め、その比 Q/Q' を V_1, V_2 を用いて表せ。
- (4) 1サイクルの間に系が外部にする仕事 W を求め、このサイクルの効率 $\eta = W/Q$ を体積 V_1, V_2, γ を用いて表せ。



化学

1

原子の構造と性質に関する以下の問に答えよ。計算を要する問には計算過程も記すこと。ただし、プランク定数 $h = 6.6 \times 10^{-34}$ J s, 真空中の光の速度 $c = 3.0 \times 10^8$ m s⁻¹ とする。(配点 30)

- (1) 水素原子の軌道のエネルギー E_n (単位は J) は式 (i) で表される。ただし, n は主量子数である。

$$E_n = -2.2 \times 10^{-18} \times \frac{1}{n^2} \quad \dots \text{(i)}$$

- (a) 水素原子の 3s 軌道のエネルギーを求めよ。
 (b) 水素の原子発光のライマン系列は電子がエネルギーの高い軌道から, 1s 軌道に遷移するとき放出する光である。ライマン系列の光のうち, 最も長い波長を求めよ。
 (c) 式 (i) をもとに He⁺イオンのイオン化エネルギーを求めよ。
- (2) 硫黄 (原子番号 16) とカルシウム (原子番号 20) について次の問に答えよ。
 (a) 硫黄原子とカルシウム原子の基底状態での電子配置を例にならってそれぞれ記せ。(例 Li: (1s)²(2s)¹)
 (b) S²⁻イオンと Ca²⁺イオンのイオン半径を比べるとどちらが大きいか。それぞれの電子配置を(a)の例にならって記し, 理由とともに答えよ。
- (3) 水素原子の 1s 軌道および 2s 軌道の波動関数 ψ_{1s}, ψ_{2s} はそれぞれ次の式で表される。ただし, r は原子核から電子までの距離, a_0 はボーア半径 5.3×10^{-11} m, A, B は定数 ($A > 0, B > 0$) である。

$$\psi_{1s} = A e^{-\frac{r}{a_0}}$$

$$\psi_{2s} = B \left(2 - \frac{r}{a_0} \right) e^{-\frac{r}{2a_0}}$$

- (a) 横軸を r として 1s 軌道の波動関数 ψ_{1s} のグラフの概形を描け。
 (b) 1s 軌道電子の存在確率を与える動径分布関数は C を定数 ($C > 0$) として $C r^2 (\psi_{1s})^2$ で表される。横軸を r として 1s 軌道の動径分布関数のグラフの概形を描け。グラフにおいて, この動径分布関数が最大となる r はいくらか。
 (c) 2s 軌道において節面の位置 r はいくらか。

2

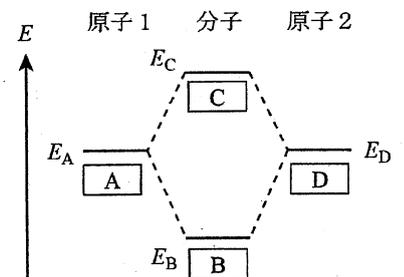
化学結合に関する以下の間に答えよ。(配点 30)

(1) 基底状態にある一酸化窒素のルイス構造式を書け。

(2) (a) 右図は、2個のH原子の原子軌道から形成されるH₂分子の分子軌道のエネルギーを示したものである。A~Dに適する軌道の記号を書け。

(b) それぞれの軌道のエネルギーをE_A~E_Dとする。H₂が結合生成により安定化するエネルギーをE_A~E_Dを使って表せ。

(c) 右図をもとにH₂とH₂⁺の結合次数を計算式とともに書け。また、どちらの結合が強いのか。



(3) 炭素の混成軌道に関する下表のE~Lにあてはまる数値または語句を答えよ。

名称	σ結合の数	π結合の数	結合角	化合物の例
sp ³ 混成軌道	4	0	109.5°	CH ₄
sp ² 混成軌道	E	F	G	H
sp混成軌道	I	J	K	L

(4) フッ化ベリリウム分子 BeF₂ はどのような立体構造をとるか。ベリリウム (原子番号 4) の基底状態の電子配置を例にならって書き、混成軌道の考え方を使って理由とともに説明せよ。
例 H : (1s)¹

3

化学熱力学に関する以下の問に答えよ。計算を要する問には計算過程も記すこと。
原子量は H 1.0, O 16, Ag 108 とする。(配点 30)

- (1) 下の水の熱力学データを用いて、次の問に答えよ。ただし、定圧モル熱容量は温度変化しないものとする。

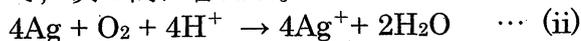
氷の定圧モル熱容量 $C_p(s)$	$36 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$
水(液体)の定圧モル熱容量 $C_p(l)$	$75 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$
水蒸気の定圧モル熱容量 $C_p(g)$	$34 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$
氷の融解エンタルピー $\Delta_{\text{fus}}H$	6.0 kJ mol^{-1}

- (a) 水(液体)の定圧モル熱容量 $C_p(l)$ が、固体や気体の熱容量より大きくなる理由を説明せよ。
 (b) -20°C の氷 1.0 g が 10°C の水となる時のエンタルピー変化 ΔH を求めよ。
 (c) 0°C 1.0 g の水がすべて 0°C の氷になるときのエントロピー変化 ΔS を求めよ。

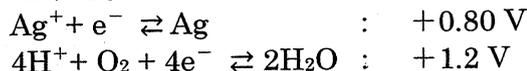
- (2) 容積 $2V$ の容器を熱を通す板で半分に仕切り、左側には理想気体 A を、右側には理想気体 B をそれぞれ $n \text{ mol}$ ずつ入れた。理想気体 A と B が熱平衡状態に達している。仕切りの板を取り除くと、均一な混合気体となった。気体定数を R として、混合気体全体のエントロピー変化 $\Delta_{\text{mix}}S$ を求めよ。

仕切り板	
気体A $n \text{ mol}$ 容積 V	気体B $n \text{ mol}$ 容積 V

- (3) (ii) 式の電池反応について、次の問に答えよ。



298K における標準電極電位 E° を以下に示し、気体定数 $R = 8.3 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ 、ファラデー定数 $F = 9.6 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1}$ とする。



- (a) 正極および負極で同時に起こる半反応を、電子を含む反応式でそれぞれ記せ。
 (b) 標準状態における反応(ii)の標準ギブス自由エネルギー変化 ΔG° を求めよ。
 (c) 標準状態における反応(ii)の平衡定数を K として $\ln K$ を求めよ。

2022年度 情報理工学域特別編入学試験

英 語

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験中に問題用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 受験番号を、すべての解答用紙の受験番号欄に記入しなさい。
4. 試験時間は90分です。
5. 問題用紙は6枚、解答用紙は2枚です。解答用紙の該当欄に解答しなさい。
6. 問題は2問あります。両方とも解答しなさい。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数に含みません。

英 語

- I 以下の英文を読み、その内容に合うように日本語の要約中の空欄を埋めなさい。空欄に入れるべき文字数とマスのは特に連動していないので、20 字以内で必要な長さを書きなさい。英数字は1マスに2文字を記入すること。(配点45)

例：UEC → 1234 →

著作権上の都合により、掲載いたしません。

著作権上の都合により、掲載いたしません。

【要約】

最近の研究で、植物も（ ① ）苦痛音を出すことが判明した。至近距離に置かれたマイクが、（ ② ）タバコやトマトが何度も超音波を発するのを捉えたのだ。将来的には植物の苦痛音を分析することで（ ③ ）ようになると考えられている。葉を触られたり摘まれたりした植物が（ ④ ）こともわかった。このように植物は（ ⑤ ）ため多くの分子レベルでの反応をしており、我々はこれまで（ ⑥ ）についての認識を改める必要があるようだ。

II 次の二つの質問から一つだけ選んで、少なくとも二つの理由を挙げて英語で具体的に答えなさい。選んだ質問の番号を解答用紙の [] の中に書きなさい。下書き用紙が次のページにあります。(配点 45)

1. Caffeine can make people feel energetic, but it can also have bad effects such as sleeping problems. Do you think children should drink high-caffeine drinks such as coffee or tea? Why or why not?

OR

2. Do you think companies should encourage more employees to work remotely (テレワーク)? Why or why not?

下書き用紙が次のページについています。

Ⅱ 下書き用紙

注意：答えは必ず解答用紙に書きなさい。