大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2021年8月17日 実施）

【機械知能システム学専攻】

専門科目：［必須問題］

※注意事項

1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

2．必須問題の問題冊子はこの注意事項を含めて６枚、解答用紙は４枚である。
（計算用紙は含まない）

3．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

4．必須問題の試験時間は90分である。

5．必須問題は数学基礎２問、物理学基礎２問である。すべての問題を解答すること。

6．解答は、問題ごとに専用の解答用紙を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
解答は必ず解答用紙に記入すること。計算用紙に解答を記入しても採点の対象とはならない。

7．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

8．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

9．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

必須問題

機械知能システム学専攻

数学基礎

以下の問 1，問 2 に答えよ．

問 1．以下の設問に答えよ．

(1) 次の積分の値を求めよ．ただし，$D = \{(x, y) | 1 \leq x + y \leq 2,\ 0 \leq x - y \leq 1\}$である．

$$\iint_D \frac{\tan^{-1}(x-y)}{x+y} dxdy$$

(2) 次の (i) と (ii) の微分方程式の一般解を求めよ．

(i) $\dfrac{dy}{dx} - y = xy^2$

(ii) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = e^x \cos x$

キーワード：Keywords
積分：integral，値：value，微分方程式：differential equation，一般解：general solution

【次ページに続く】

必須問題

機械知能システム学専攻

数学基礎

［前ページから続く］

問2. 以下の設問に答えよ

(1) 行列 P, Q が以下のように与えられているとき, P^n, Q^n を求めよ. ただし, n は 3 以上の自然数である.

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 2a^2 & 3a^3 \\ 0 & 0 & 2a^2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad Q = \begin{pmatrix} a & 2a^2 & 3a^3 \\ 0 & a & 2a^2 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

(2) 次の x, y, z に関する連立1次方程式が無数の解を持つとき, a, b の値を求めよ.

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ -4x + ay - 6z = 1 \\ x - 3y + 3z = b \end{cases}$$

(3) 行列 A が以下のように与えられている.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

このとき, 以下を満たす a, b, c と直交行列 P を求めよ. ただし, $a > b > c$ とする. また, ${}^tP$ は P の転置行列である.

$${}^tPAP = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$$

キーワード：Keywords

行列：matrix, 連立 1 次方程式：simultaneous linear equations,
無数の解：infinite solutions, 直交行列：orthogonal matrix,
転置行列：transposed matrix

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2021 年 8 月 17 日実施））

必須問題

機械知能システム学専攻

物理学基礎

以下の問 1、問 2 に解答せよ。

問 1

図 1 は中心がO'半径がRの円筒面内側で平面運動する中心がO半径がrの均一な円板を表す。この円板は滑らずにころがり運動を行うものとする。円板の質量をm、重力加速度をgとする。また、図中のθは鉛直線$\overline{O'A}$と直線$\overline{O'O}$とのなす角度、F_nは接触点における円筒面法線方向の反力、F_tは摩擦力を表すものとする。

時間$t=0$のとき円板を$\theta(0)=\theta_0$の位置に静かに（$\dot{\theta}(0)=0$）放した後、円板が滑らずにころがり運動をする場合のF_tとF_nを、θ_0, θ, g, mより必要なものを使って表せ。ただし、θ_0とθの値は微小ではないとする。

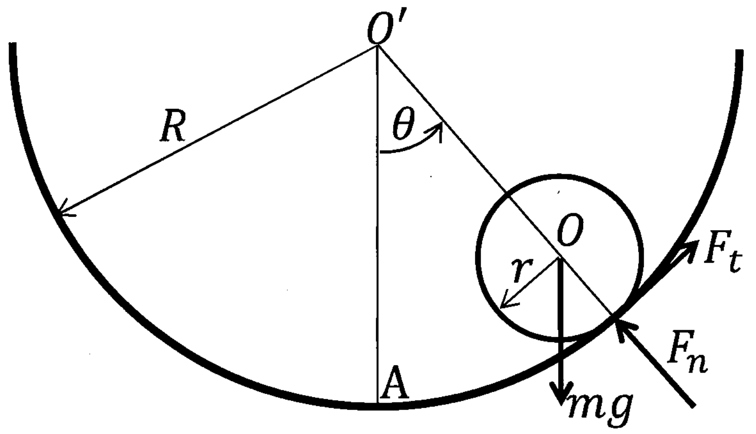

図 1：　円筒面内側で平面運動する円板

キーワード：　keyword
中心：center, 半径: radius, 円筒面内側: inside of cylinder, 平面運動: planar motion, 均一な円板: uniform disk, 滑らずにころがり運動: rolling without slip, 質量: mass, 重力加速度: gravitational acceleration, 鉛直線: vertical line, 接触点: contact point, 円筒面法線方向: normal direction of cylindrical surface

必須問題

機械知能システム学専攻

物理学基礎

【前ページから続く】

問 2

以下の問い(1)～(4)に答えよ．ただし下に示す (a) クーロンの法則と (b) ビオ・サバールの法則を用いてよい．また真空の誘電率と透磁率をそれぞれ ϵ_0, μ_0 と記し，断りがない限り真空中における議論とする．

(1) 図 1 に示すように, xy平面上に平板 S があり, 平板 S 内に一様な面密度 σ で電荷が分布している．点 P から平板 S をみた立体角が Ω であるとき, 平板 S 内の電荷が点 P に作る電場を $\vec{E}_{\mathrm{P}}$ と記す．電場 $\vec{E}_{\mathrm{P}}$ の z 方向成分 E_{Pz} を σ と Ω を用いて表せ. なお, 点 P から原点 O にある微小面積 dS をみた立体角が $d\Omega$ であるとき，点 P と原点 O を結ぶ直線と z 軸のなす角を$\eta(0<\eta<\pi)$とし点 P の位置ベクトルを$\vec{x}$とすると$dS\cos\eta = d\Omega|\vec{x}|^2$である．

(2) 図 2 に示すように，xy 平面上に半径 a の円盤 C があり，円盤 C 内に一様な面密度 σ で電荷が分布している．円盤の中心軸上の点 Z　(0, 0, z)（z > 0）における電場を $\vec{E}_{\mathrm{C}}$ と記す．電場 $\vec{E}_{\mathrm{C}}$ の z 方向成分 E_{Cz} と，点 Z における電位 φ を a, z, σ の式として表せ．ただし，無限遠を電位の基準とする．なお，図 2 に示すような点 Z から円盤 C の周に直線を引くことで作られる円錐の半頂角が θ であるとき，点 Z からみた円盤 Cの立体角は $\Lambda = 2\pi(1-\cos\theta)$ である．

半径 a の円形の導体平板 2 枚 $\mathrm{C_a}$ と $\mathrm{C_b}$ を，中心軸を一致させて間隔 d_1 で平行に並べたコンデンサについて考察する．ただし，間隔d_1はコンデンサの半径aよりも十分小さく，コンデンサ端での縁端効果は無視できるものとする．図 3 に示すように，このコンデンサの両極板に電荷 $\pm Q$ を与え，抵抗，スイッチを導線で直列に接続し，正方形型の回路 ABCD を作成した．時刻 $t=0$ においてスイッチを入れたところ時刻 t において回路に電流 $I(t)$ が流れた．

(3) 図 3 に示す導線 DC への距離が d_2である点 R について，導線 DC 上の任意の点 S の電流素片 $I(t)d\vec{s}$と SR のなす角をθ（$\angle\mathrm{RSC}=\theta$）とする．図 3 に示す通り，導線 DC と CR のなす角がθ_1（$\angle\mathrm{RDC}=\theta_1$），導線 DC と CR のなす角が$\theta_2$（$\angle\mathrm{RCD}=\pi-\theta_2$）であるとき，導線 DC を流れる伝導電流が点 R に作る磁束密度の大きさ B_{R} を $I(t)$, d_2, θ_1, θ_2 の式として表せ．なお必要であれば，$(1/\tan\theta)' = -1/\sin^2\theta$ を用いてよい．

(4) 図 3 に示すように, 点 T は円形極板間にあり, 中心軸からの距離は rとする ($0<r<a$). 点 T においてコンデンサ間の変位電流による磁束密度の大きさを B_{T} と記す．この磁束密度 B_{T}を $I(t)$，a, r の式として表せ．ただし，コンデンサに蓄積された電荷によって発生する電束密度は円形極板間にのみ存在し，電束密度の方向はコンデンサに対し垂直であるとする．

(a) クーロンの法則：

$$d\vec{E}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sigma(\vec{r})\frac{(\vec{x}-\vec{r})}{|\vec{x}-\vec{r}|^3}dS(\vec{r})$$

ここで，$\vec{x}$は観測点の位置ベクトル，$dS(\vec{r})$ と $\sigma(\vec{r})$はそれぞれ，位置$\vec{r}$における微小面積と微小面積内の面電荷密度である．

(b) ビオ・サバールの法則：

$$d\vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{s}\times(\vec{x}-\vec{r})}{|\vec{x}-\vec{r}|^3}$$

ここで，$\vec{x}$は観測点の位置ベクトル，$\vec{r}$ は電流素片 $Id\vec{s}$ の位置ベクトルである．

【次ページへ続く】

【前ページから続く】

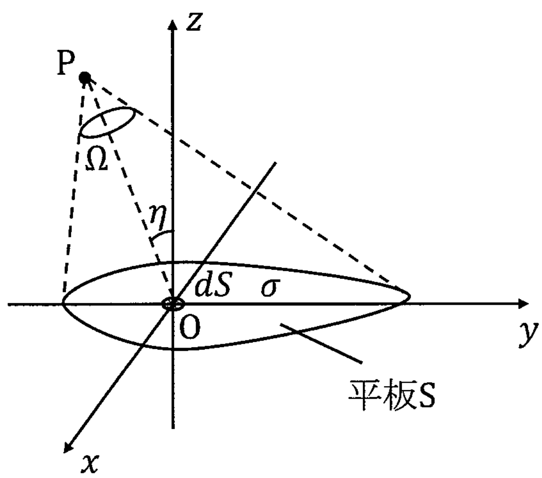

図 1

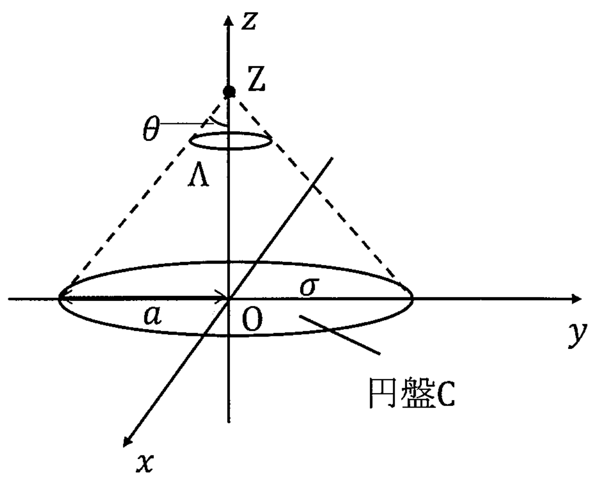

図 2

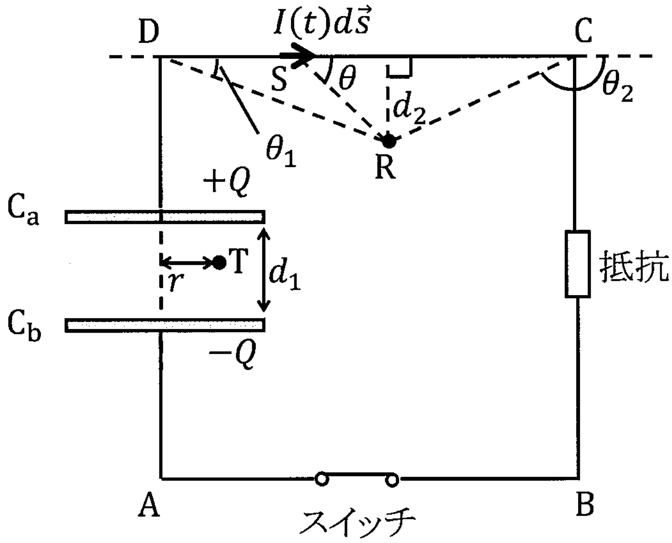

図 3

キーワード：Keywords
クーロンの法則; Coulomb's law, ビオ・サバールの法則; Biot-Savart law, 真空; vacuum, 誘電率; dielectric constant, 透磁率; magnetic permeability, 面密度; surface density, 電荷; electric charge, 立体角; solid angle, 電場; electric field, 位置ベクトル; position vector, 中心軸; central axis, 電位; electric potential, 無限遠; infinity, 円錐; cone, 半頂角; half apex angle, コンデンサ; capacitor, 縁端効果; effect of edge, 極板; capacitor plate, 抵抗; resistor, スイッチ; switch, 導線; lead wire, 直列に接続; connect in series, 電流; current, 電流素片; current element, 伝導電流; conduction current, 磁束密度; magnetic flux density, 変位電流; displacement current, 電束密度; density of electric flux, 観測点; point of observation