大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
(2023年8月17日実施)

【機械知能システム学専攻】

専門科目：［選択問題］

※注意事項

1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

2．選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて１６枚、解答用紙は２枚である。（計算用紙は含まない。）

3．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

4．選択問題の試験時間は90分である。

5．選択問題では、８科目の中から２科目を選んで解答すること。

6．解答用紙の科目の番号欄には、選択した科目の番号を記入すること。
（採点は記入された番号についてのみ行う。誤記入、記入もれに注意すること。）

7．解答は、科目ごとに別々の解答用紙を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
解答は必ず解答用紙に記入すること。計算用紙に解答を記入しても採点の対象とはならない。

8．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

9．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

１０．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

1　材料力学

以下の問１，問２，問３に答えよ．

問 1．図 1 に示すように，長さ ℓ の片持ちはりの A 点と B 点の 2 カ所に集中荷重 W が作用している．はりの曲げ剛性を EI とする．A 点を x 座標の原点(x=0)とするとき，次の問いに答えよ．

(1) x の任意の位置($0\leqq x\leqq \ell$)におけるはりのせん断力 F と曲げモーメント M を x の関数として表せ．

(2) x の任意の位置($0\leqq x\leqq \ell$)におけるはりのたわみ角 θ とたわみ曲線 y を x の関数として表せ．

(3) はりの最大たわみ角 θ_{max} と最大たわみ y_{max} を求めよ．

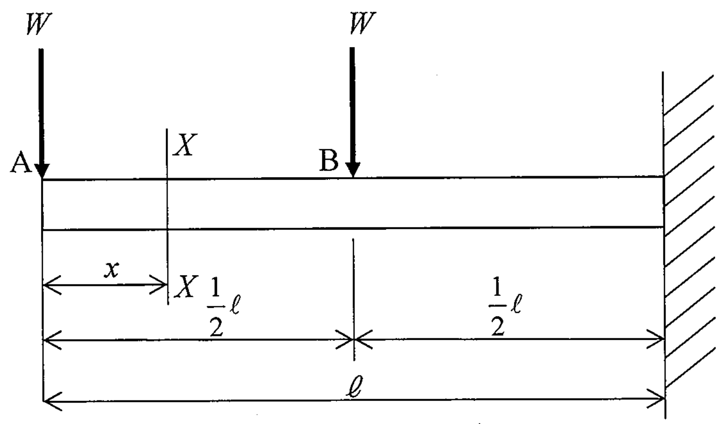

図 1

キーワード：Keyword

長さ : length, 片持ちはり : cantilever beam, 集中荷重 : concentrated load, 曲げ剛性 : flexural rigidity, せん断力 : shearing force, 曲げモーメント : bending moment, 関数 : function, たわみ角 : slope, たわみ曲線 : deflection curve, 最大たわみ角 : maximum slope, 最大たわみ : maximum deflection

【次ページへ続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023年8月17日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

1　材料力学

問２．図２に示すように，円柱１と円筒２の両端を剛体板で固定している．円柱１と円筒２の両方に応力が生じていない状態から引張荷重 P を剛体板に作用させたとき，次の問に答えよ．なお，円柱１の長さ，断面積とヤング率を ℓ, A_1, E_1，円筒２の長さ，断面積とヤング率を ℓ, A_2, E_2 とする．

(1) 円柱１と円筒２に発生する引張応力 σ_1, σ_2 を求めよ．

(2) 円柱１と円筒２の伸び量 $\Delta\ell$ を求めよ．

(3) 円柱１に蓄えられるひずみエネルギー U_1 と円筒２に蓄えられるひずみエネルギー U_2 を求めよ．

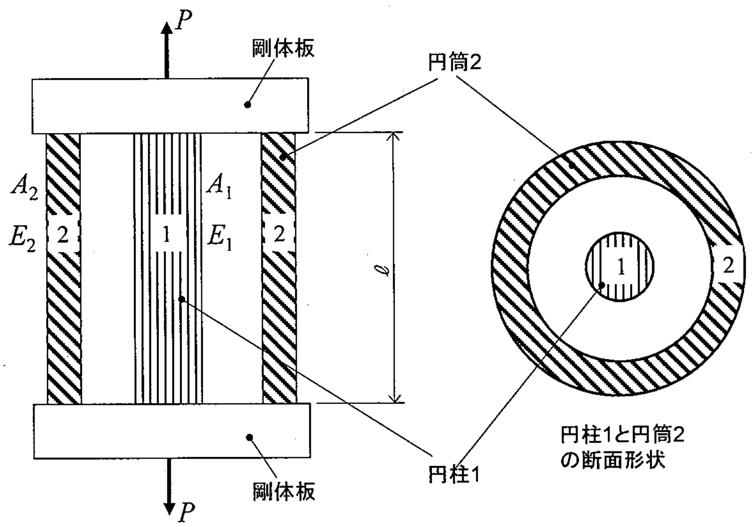

図２

キーワード：Keyword

円柱：column, 円筒：barrel, 剛体板：rigid plate, 応力：stress, 引張荷重：tensile load, 長さ：length, 断面積：cross sectional area, ヤング率：Young's modulus, 引張応力：tensile stress, 伸び量：elongation, ひずみエネルギー：strain energy

【次ページへ続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

1　材料力学

問３．図 3 に示すように，直径 d=1/3 m の中実丸棒にねじりモーメント T=60 kN·m と曲げモーメント M=80 kN·m が同時に作用している．このとき，中実丸棒に発生する最大主応力 σ_1 と最大主せん断応力 τ_1 を求めよ．なお，円周率 π は 3 として計算すること．

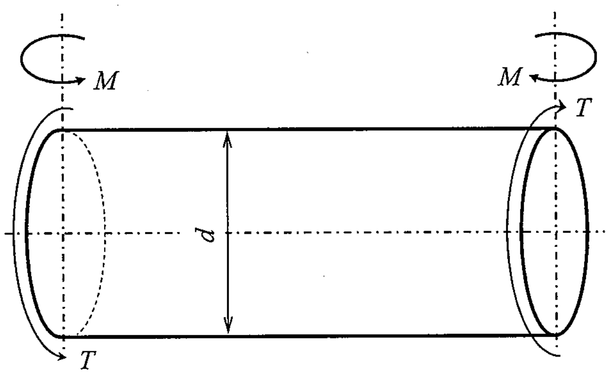

図 3

キーワード：Keyword
中実丸棒：solid circular shaft, ねじりモーメント：torsional moment, 曲げモーメント：bending moment, 最大主応力 : maximum principal stress, 最大主せん断応力 : maximum principal shear stress

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

2　機械力学

以下の問１，問２に答えよ．

問１．図１のように２個の質点と３つのばねが直列に連結された減衰の無い２自由度振動系を考える．質点１の質量を m_1 ，質点２の質量を m_2 ，ばねのばね定数を k_1，k_2，k_3 とする．質点１の変位を x_1 ，質点２の変位を x_2 とし，下向きを正とする．以下の問いに答えよ．

（1）　質点１と質点２のそれぞれの運動方程式を求めよ．

（2）　固有角振動数 ω を求めるための振動数方程式を求めよ．ただし，質点１と質点２の運動は，同じ角振動数の調和振動であり，解を以下のようにおく．

$$x_1 = X_1 \cos(\omega t - \phi), \quad x_2 = X_2 \cos(\omega t - \phi)$$

ここで，X_1 と X_2 は質点１および質点２の振幅，ϕ は位相を表す．

（3）　$m_1 = m$，$m_2 = 2m$，$k_1 = k_2 = k_3 = k$ のとき，１次固有角振動数 ω_1 とその時の振幅比 λ_1，２次固有角振動数 ω_2 とその時の振幅比 λ_2 を求めよ．

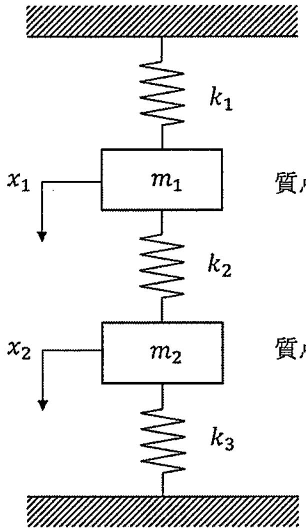

図１　２自由度振動系

キーワード：Keyword
質点：point mass，ばね：spring，直列に連結：connected in series，減衰の無い：no attenuation，２自由度振動系：two-degrees-of-freedom system，質量：mass，ばね定数：spring constant，変位：displacement，下向きを正：downward direction is positive，運動方程式：equation of motion，固有角振動数：natural angular frequency，振動数方程式：frequency equation，調和振動：harmonic vibration，振幅：amplitude，位相：phase，振幅比：amplitude ratio

【次ページへ続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

2　機械力学

問２．図２のように調和外力 $F\cos\omega t$ が作用する質量 m の質点を，ばね定数 k のばねと粘性減衰係数 c の減衰器を付加して床に固定し，ばね質量粘性減衰系を構成した．なお，ω は角振動数で，t は時間である．質点の変位を x として，以下の問いに答えよ．

（１）　この系の運動方程式を求めよ．

（２）　以下の固有角振動数 ω_n ，減衰比 ζ ，調和外力による静的変位 x_s を用いて，（１）で求めた運動方程式を書き表せ．

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}}, \qquad x_s = \frac{F}{k}$$

（３）　（２）の運動方程式において，質点に作用する調和外力による強制振動の解を $x = A\cos(\omega t - \phi)$ とする．ここで，A は振幅，ϕ は位相を表す．A と $\tan\phi$ を求めよ．

（４）　ばねと減衰器を通して床に伝達される伝達力 F_T を $F_T = B\cos(\omega t - \phi - \theta)$ とする．ここで，B は振幅，θ は位相を表す．B と $\tan\theta$ を求めよ．

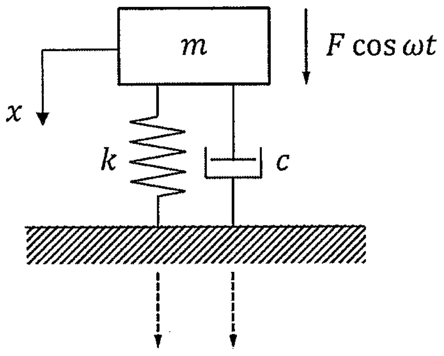

図２　調和外力により加振されるばね質量粘性減衰系

キーワード：Keyword

調和外力：harmonic external force, 質量：mass, 質点：point mass, ばね定数：spring constant, ばね：spring, 粘性減衰係数：viscous damping coefficient, 減衰器：damper, 床：floor, 固定：fixed, ばね質量粘性減衰系：Spring-mass-viscous damping system, 角振動数：angular frequency, 時間：time, 変位：displacement, 運動方程式：equation of motion, 固有角振動数：natural angular frequency, 減衰比：damping ratio, 静的変位：static displacement, 強制振動の解：solution of the forced vibration, 伝達力：transmission force

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

3　熱力学

以下の問１～３に解答せよ。なお、解答には途中経過も示すこと。

問１　比熱比 1.4 の理想気体を作動流体として、温度 T_H の高温熱源と温度 T_L の低温熱源の間で動作するカルノー熱機関がある。1 サイクルの間に熱機関が高温熱源より得る熱量を Q とするとき、次の問いに答えよ。

(1) p-v 線図と T-s 線図の概形を描き、断熱圧縮開始点を矢印で指し示せ。
(2) 等温膨張過程で、高温熱源、低温熱源、熱機関、全系の各々が得る熱量とエントロピーの変化量を求めよ。
(3) 1 サイクルの間に、熱機関がなす正味の仕事と低温熱源が得る熱量を求めよ。
(4) 断熱膨張過程で熱機関が外部になす仕事を W_1、断熱圧縮過程で外部から熱機関になされる仕事を W_2 とする。W_1 と W_2 の大小関係を示せ。
(5) この熱機関を逆回ししたとき、ヒートポンプ及び冷凍機としての成績係数を各々求めよ。
(6) 作動流体の比熱比を 1.33 としたとき、この熱機関の熱効率の増減について論ぜよ。

問２　定積比熱 c_v の狭義の理想気体を作動流体とするタービンがある。タービンの入口と出口における作動流体の温度を各々 T_1, T_2、圧力を p_1, p_2 とする。作動流体の気体定数を R、質量流量を G として、次の問いに答えよ。

(1) タービンの入口と出口における作動流体の比内部エネルギー、比体積、比エンタルピーを求めよ。
(2) 単位質量の作動流体が発生し得る工業仕事を求めよ。
(3) 単位時間あたりにタービンより取り出し得る工業仕事を求めよ。

問３　定積比熱 c_v、比熱比 κ の狭義の理想気体を作動流体として、オットーサイクルに従って動作する熱機関がある。断熱圧縮前後の状態を各々状態 1, 2、断熱膨張前後の状態を各々状態 3, 4 とし、状態 i における作動流体の温度を T_i、比体積を v_i と表記する。次の問いに答えよ。

(1) この熱機関の p-v 線図と T-s 線図の概形を描け。
(2) 1 サイクル中における作動流体の比体積の最大値 v_{max} と最小値 v_{min} 及び最高温度 T_{max} と最低温度 T_{min} を求めよ。
(3) T_1, T_2, T_3, T_4 をすべて用いて、この熱機関の熱効率を表せ。
(4) T_3 と T_4 のみを変数として、この熱機関の熱効率を表せ。
(5) v_{max}/v_{min} と κ のみを変数として、この熱機関の熱効率を表せ。
(6) この熱機関の熱効率と、温度 T_{max} の高温熱源と温度 T_{min} の低温熱源の間で動作するカルノー熱機関の熱効率の大小関係を示せ。

キーワード：Keyword

比熱比：ratio of specific heat, 理想気体：ideal gas, 作動流体：working fluid, 温度：temperature, 熱源：heat source, カルノー熱機関：Carnot engine, サイクル：cycle, 熱量：heat, 線図：diagram, 断熱圧縮：adiabatic compression, 等温膨張：isothermal expansion, 熱機関：heat engine, エントロピー：entropy, 仕事：work, 断熱膨張：adiabatic expansion, ヒートポンプ：heat pump, 冷凍機：refrigerator, 成績係数：coefficient of performance, 熱効率：thermal efficiency, 定積比熱：specific heat at constant volume, 狭義の理想気体：ideal gas of constant specific heat, タービン：turbine, 圧力：pressure, 気体定数：gas constant, 質量流量：mass flow rate, 比内部エネルギー：specific internal energy, 比体積：specific volume, 比エンタルピー：specific enthalpy, 単位質量：unit mass, 工業仕事：industrial work, 単位時間：unit time, オットーサイクル：Otto cycle

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

4　流体力学

以下の問１～問３を答えよ。

問 1. 図 1 に示す幅 h の二次元平行平板間流路に、密度ρ、粘性係数μの流体が、x 方向に一定の圧力勾配 ($-\partial p/\partial x\ (>0)$)で駆動されている。壁面は静止し、流れは完全発達した非圧縮の層流とする。

(1) 速度分布 $u(y)$を求めよ。

(2) 断面平均速度を求めよ。

(3) 速度分布 $u(y)$について、断面平均速度と等しくなる位置 y を求めよ。

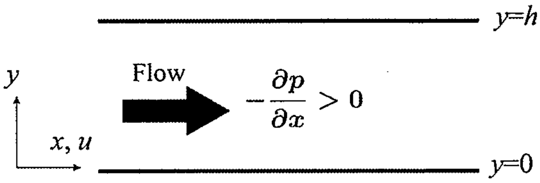

図 1

問 2. 図 2 に示す水平に置かれたベンチュリ管を考える。断面①は直径 d_1 の絞り部であり、液体の入ったタンクと細管で接続され、液面は大気開放されている。断面②は直径 $d_2\ (>d_1)$で、大気開放されている。大気圧は P_0 とする。このベンチュリ管内に密度ρ_Aの空気を体積流量 Q で流し、液体をタンクから吸い上げ、液面が断面①に達した。空気および液体は非圧縮流れとなっており、損失や細管での表面張力は無視できる。

(1) ベンチュリ管の断面①および断面②における速度をそれぞれ求めよ。また断面①における圧力 p を求めよ。

(2) 断面①における圧力 p を、タンク液面からベンチュリ管までの高さ h、液体の密度ρ_L、重力加速度 g を用いて求めよ。

(3) 以上から p を消去して、体積流量 Q を求めよ。

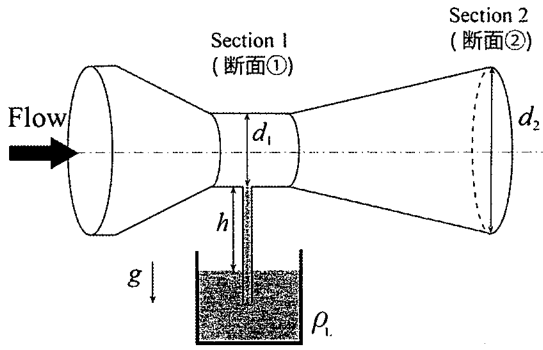

図 2

問 3.

(1) 流れの中に球を設置した。主流速度 U、流体の密度ρ、粘性係数μ、球の直径を d とする。次元基本量を長さL, 質量M、時間Tとして、無次元パラメータを求めよ。ただし、U の指数を 1 とする。

(2) (1)の流れについて、主流速度が増加すると、球の後ろで振動数fの周期的な流れが生じた。基本次元量は(1)と同様として、U、 d、 fから無次元パラメータを求めよ。なおfの指数を 1 とする。

キーワード：keyword

幅: width, 二次元平行平板間流路: two-dimensional plane channel flow, 密度: density, 粘性係数: viscosity, 流体: fluid, 圧力勾配: pressure gradient, 完全発達した非圧縮の層流: fully developed incompressible laminar flow, 速度分布: velocity profile, 断面平均速度: bulk mean velocity, ベンチュリ管: Venturi tube, 断面: section, 直径: diameter, タンク: tank, 大気開放: exposed to the atmosphere, 体積流量: volume flow rate, 非圧縮: incompressible, 損失: loss, 表面張力: surface tension, 圧力: pressure, 高さ: height, 液体: liquid, 重力加速度: acceleration of gravity, 球: sphere, 次元基本量: basic dimension, 長さ: length, 質量: mass, 時間: time, 無次元パラメータ: nondimensional parameter, 指数: exponent, 振動数: frequency

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

5　制御工学

図１のように、質量 mの質点が長さ lの棒の先に固定され（以下質点系と呼ぶ）、垂直軸とばね定数 k で結ばれている。棒の垂直軸からの角度を $\theta(t)$とし、ばねは角度 $\theta(t)$に比例するトルクを発生する。また慣性モーメントを Jとする。ただし、質点系は垂直軸と接触せず、ばねは垂直軸と質点系の左右の関係によらず同じトルクを発生する。角度 $\theta(t)$が小さいとき、運動方程式は式(1)のようになる。

$$J\ddot{\theta}(t) = (mgl - k)\theta(t) + \tau(t) \tag{1}$$

ここでgは重力加速度、$\tau(t)$は入力トルクである。このシステムについて以下の問いに答えよ。ただし$\theta(t)$は常に小さいと考えてよい。

問 1

ばね定数が$k > mgl$の場合、入力トルク$\tau(t)$を加えなくても、棒の垂直軸からの角度は一定の範囲にとどまる。入力トルク$\tau(t) = 0$、初期角速度 $\dot{\theta}(0)$=$\dot{\theta}_0$=0 のとき、角度 $\theta(t)$のラプラス変換 $\Theta(s)$と初期角度$\theta(0) = \theta_0$の関係を求めよ。

問 2

ばね定数が$k < mgl$ の場合、入力トルク$\tau(t)$を加えない限り棒は倒れてしまう。そこでフィードバック制御によって棒が倒れないように保つことを考える。以下の問いに答えよ。

（1） 目標角度を $\theta_r(t)$とする制御入力 $\tau(t) = -k_P(\theta(t) - \theta_r(t)) - k_D\dot{\theta}(t)$を与える。$\theta_r(t)$のラプラス変換$\Theta_r(s)$から$\Theta(s)$までの閉ループシステムの伝達関数を求めよ。

（2） （1）のシステムが安定となるk_P及びk_Dの条件を求めよ。

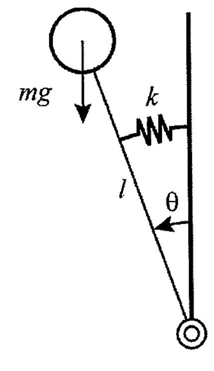

図１：棒に固定された質点（質点系）

【次ページへ続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

5　制御工学

【前ページから】

問 3
以下の問いに答えよ。

（１）　運動方程式が式(1)で表され、入力 $u(t)=\tau(t)$、出力 $y(t)=\theta(t)-\dot{\theta}(t)$となるシステムを考える。このシステムを状態ベクトル $x(t)=\left[\theta(t),\dot{\theta}(t)\right]^{\mathrm{T}}$とする状態空間表現

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)&=Ax(t)+Bu(t)\\ y(t)&=C\,x(t)\end{aligned} \tag{2}$$

で表すとき、係数行列 A、B、Cを求めよ。

（２）　式(2)のシステムの可観測行列を求め、可観測となるm、l、J、k、gの間の条件を示せ。

（３）　式(2)のシステムの状態を推定するために、オブザーバ

$$\dot{\bar{x}}(t)=A\bar{x}(t)+Bu(t)+L\big(C\,\bar{x}(t)-y(t)\big) \tag{3}$$

を構成する。ただし、$L=[L_1\quad L_2]^T$はオブザーバのゲイン、$\bar{x}(t)$は状態の推定値である。このオブザーバの特性方程式を$s^2+as+b=0$とするとき、a、bをそれぞれm、l、J、k、g、L_1、L_2を用いて表せ。

（４）　式(3)のオブザーバの極が$-3\pm j$となるためのオブザーバゲイン Lの値を示せ。ただし、$m=2$[kg]、 l=0.5[m]、$J=0.5$[kgm^2]、k=20[Nm/rad]とし、重力加速度gは 10[m/s^2]としてよい。

キーワード：Keywords

質量：Mass、質点：Point mass、長さ：Length、棒：Rod、質点系：Point mass system、垂直軸：Vertical axis、ばね定数：Spring constant、角度：Angle、ばね：Spring、比例：Proportional、トルク：Torque、慣性モーメント：Moment of inertia、運動方程式：Equation of motion、重力加速度：Acceleration due to gravity、入力トルク：Input torque、システム：System、初期角速度：Initial angular velocity、ラプラス変換：Laplace transform、初期角度：Initial angle、フィードバック制御：Feedback control、目標角度：Target angle、制御入力：Control input、閉ループシステム：Closed-loop system、伝達関数：Transfer function、安定：Stable、条件：Condition、入力：Input、出力：Output、状態ベクトル：State vector、状態空間表現：State-space representation、係数行列：Coefficient matrix、可観測行列：Observability matrix、可観測：Observable、状態：State、推定：Estimation、オブザーバ：Observer、ゲイン：Gain、推定値：Estimate、特性方程式：Characteristic equation

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

6　電気回路学

問1.　図 1(a)の回路は LR ローパスフィルタ回路であり，振幅 V [V] 角周波数 ω [rad/s]で振動する入力電圧信号 $\boldsymbol{V}_{\text{in}}$ [V]，L [H]のインダクタ，R [Ω]の抵抗からなる．この回路について，以下の問いに答えよ．なお，入力電圧信号は太字表記しているが，$\boldsymbol{V}_{\text{in}} = V\exp(j\omega t)$であらわされる複素電圧を表している．ただし j は虚数単位である．

(1)　入力電圧 $\boldsymbol{V}_{\text{in}}$ に対する出力電圧 $\boldsymbol{V}_{\text{out}}$ [V]の伝達関数 $H(j\omega) = \boldsymbol{V}_{\text{out}}/\boldsymbol{V}_{\text{in}}$ を求めよ．ただし，$\boldsymbol{V}_{\text{out}}$ は図 1(a)に示す複素電圧である．

(2)　図 1(a)の伝達関数 $H(j\omega)$のゲインを，横軸を $\log_{10}\omega$，縦軸を $20\log_{10}|H(j\omega)|$とするグラフとして記せ．なお，ゲインが-3dB となるカットオフ角周波数を明記すること．ただし $\log_{10}2 = 0.3$ とみなしてよい．

(3)　図 1(b)~(d)は，R [Ω]の抵抗，C [F] のキャパシタ，L [H]のインダクタからなる LR フィルタ回路，RC フィルタ回路などである．この中で，図 1(a)回路と同じく $\boldsymbol{V}_{\text{in}}$ に対するローパスフィルタとして機能する回路を図 1(b)~(d)の中から一つ選び記号で答えよ．

(4)　(3) で選択した回路について，ゲインが-3dB となるカットオフ角周波数が図 1(a)の回路のカットオフ角周波数と等しくなる条件を式で示せ．ただし $\log_{10}2 = 0.3$ とみなしてよい．

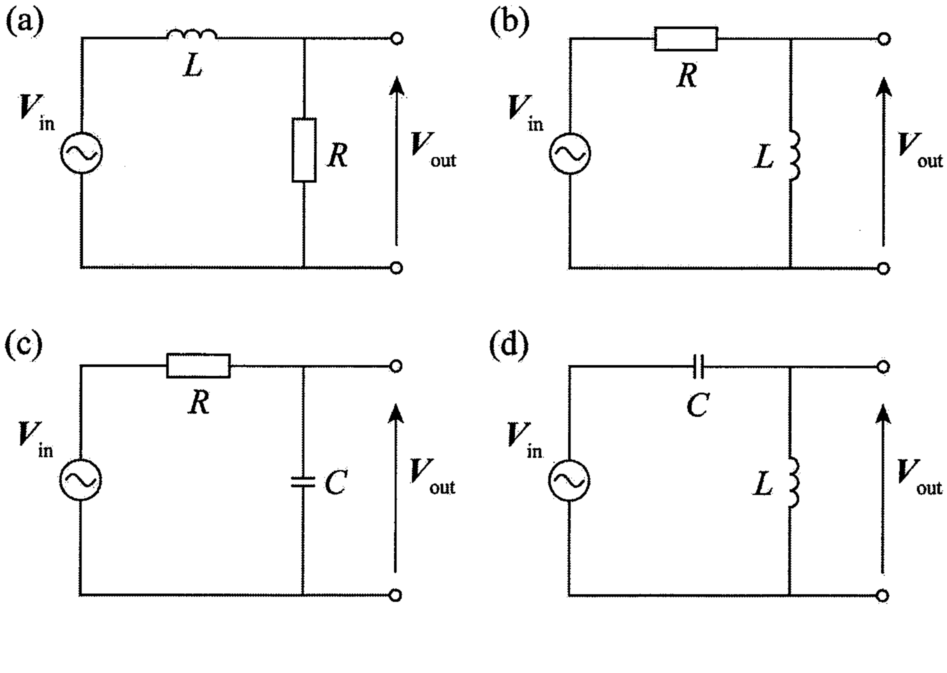

図 1

【次ページへ続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

6 電気回路学

【前ページから】

問2.　図 2 の回路はスイッチ S, R_1 [Ω] の抵抗, 並列に接続された R_2 [Ω] の抵抗と L [H]のインダクタ, 起電力が E [V] の直流電源で構成されている．直流電源の内部抵抗や配線の抵抗は 0 とする．以下の問いに答えよ．

(1)　図 2(a)の回路について，時刻 t [s] < 0 まではスイッチが開いており，回路には電流が流れていないとする．スイッチ S を時刻 $t = 0$ で閉じた．閉じた後の，抵抗 R_2 [Ω] を流れる電流 $i_R(t)$ [A], そして，インダクタを流れる $i_L(t)$ [A]を求めよ．
また，電流 $i_R(t)$ と $i_L(t)$の時間変化の概形を，時定数を明示してグラフに描くこと．

(2)　十分に時間がたつと，電流は定常状態になる．定常状態の電流は，それぞれ $i_R = 0$, $i_L = E/R_1$ であることを示せ．

(3)　図 2(b)は，時刻 $t < 0$ でスイッチ S が閉じており，回路が定常状態であるとする．時刻 $t = 0$ において，スイッチ S を開いたとき LR 回路を流れる電流 $i(t)$ を求めよ．

(4)　図 2(b)において，スイッチ S を開いたのち，回路に蓄えられていたエネルギは抵抗によって熱として消費される．
時刻 $t \geq 0$ において，抵抗により消費される単位時間あたりのエネルギ [W] を求めよ．

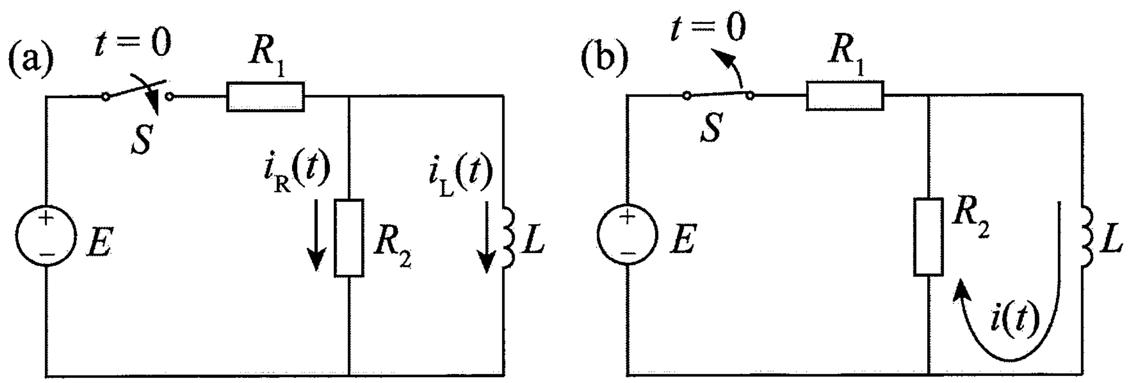

図 2

キーワード：Keywords
回路：Circuit, ローパスフィルタ：Low pass filter, 振幅：Amplitude, 角周波数：Angular frequency, 振動：Vibration, 入力電圧：Input voltage, 信号：Signal, インダクタ：Inductor, 抵抗：Resistor, 虚数単位：Imaginary unit, 出力電圧：Output voltage, 伝達関数：Transfer function, ゲイン：Gain, 横軸：Horizontal axis, 縦軸：Vertical axis, グラフ：Graph, カットオフ：Cut off, キャパシタ：Capacitor, スイッチ：Switch, 並列：Parallel, 起電力：Electromotive force, 直流電源：DC power supply, 内部抵抗：Internal resistance, 配線：Wire, 時刻：Time, 電流：Electric current, 時間変化：Time variance, 概形：Schematic, 時定数：Time constant, 十分：Adequately, 定常状態：Steady state, エネルギ：Energy, 熱：Heat, 消費：Consume, 単位時間：Unit time

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

7　ディジタル信号処理

問１．入力信号 $x[n]$ および出力信号 $y[n]$ がつぎの差分方程式で表されるシステムを考える．

$$y[n] - \frac{1}{4}y[n-2] = x[n], \qquad n = 0,1,2,\cdots$$

ただし，$y[-2] = y[-1] = 0$ とする．以下の小問に答えよ．

(1) このシステムの伝達関数を求めよ．

(2) このシステムのインパルス応答を求めよ．

(3) このシステムが安定かどうか，その理由とともに説明せよ．

(4) 複素平面上で規定される集合 $\{ z \in C \mid |z| < 1 \}$ は，双一次変換により，集合 $\{ s \in C \mid \mathrm{Re}(s) < 0 \}$ へ移ることを示せ．ただし，C は複素数の集合とする．

【次のページに続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

7　ディジタル信号処理

【前ページより続く】

問２．つぎの離散時間信号 $x[n] = u[n] - u[n-1]$ および $y[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$ を考える．ただし，$n = 0,1,2,\cdots$ であり，$u[n]$ は，単位ステップ信号，$\delta[n]$ は，単位インパルス信号とする．以下の小問に答えよ．

(1) 離散時間信号 $u[n]$ の離散時間フーリエ変換 $U_1(\omega)$ を求めよ．

(2) 離散時間信号 $u[n-1]$ の離散時間フーリエ変換 $U_2(\omega)$ を求めよ．

(3) 離散時間信号 $x[n]$ の離散時間フーリエ変換 $X(\omega)$ を求めよ．

(4) 離散時間信号 $y[n]$ を図示し，その離散時間フーリエ変換 $Y(\omega)$ を求めよ．

キーワード：Keywords
入力信号：Input signal，出力信号：Output signal，差分方程式：Difference equation，伝達関数：Transfer function，インパルス応答：Impulse response，安定：Stability，複素平面：Complex plane，双一次変換：Bilinear transform，複素数の集合：Set of complex numbers，離散時間信号：Discrete-time signal，単位インパルス信号：Unit impulse signal，単位ステップ信号：Unit step signal，離散時間フーリエ変換：Discrete-time Fourier transform

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

8　応用数学

複素数の変数を z，虚数単位を i，円周率を π で記す．以下の問 1，問 2 に答えよ．

問 1　複素関数 $f(z) = \alpha z + \beta$ （α および β は実数とする）についてつぎの小問に答えよ．以下で閉曲線 C_0 は点 z_0 を中心とする半径 $r(>0)$ の円周を正の方向に一周し，C_0 は閉曲線 C_1 で囲まれた領域 D_1 の内部に含まれるものとする．また C_1 は点 z_0 を正の方向に一周し，$f(z)$ の正則な領域 D の内部に含まれるものとする．

(1) 以下の複素積分 I_0 の値を求めよ．

$$I_0 = \oint_{C_0} (z - z_0)^{-1}\, dz$$

(2) コーシーの積分公式によれば以下の式が成立することがわかる．

$$\oint_{C_1} \frac{f(z)}{z - z_0} dz = f(z_0)\, I_0$$

$f(z)$は以下の 2 つの関係式を満たすものとする．このとき α および β を求めよ．ここで閉曲線 C_2 は原点を中心とする半径 2 の円周を正の方向に一周するものとする．

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_{C_2} \frac{f(z)}{z} dz = 1$$

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_{C_2} \frac{f(z)}{z-1} dz = 3$$

(3) パラメータ a （a は複素数とする）に依存する以下の積分路 C_a に沿って，(2) で求めた複素関数 $f(z)$ を積分することを考える．

$$C_a: \quad z(t) = t + ia\sin(\pi t) \quad (0 \leqq t \leqq 1)$$

このとき$I(a) = \int_{C_a} f(z) dz$を求めよ．

【続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

8　応用数学

【前ページから続く】

問２　つぎの小問に答えよ．以下では　$z = x + iy$　（x および y は実数の変数）とする．

(1) 正則な複素関数 $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$　（u および v は実関数とする）に対して，以下で与えられる変換のヤコビ行列式 J が $\left|\frac{df(z)}{dz}\right|^2$ となることを示せ．

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{vmatrix}$$

(2) 変換 $w = f(z) = i\frac{1-z}{1+z}$ によって z 平面の単位円の内部 $|z| < 1$ は w 平面の上半面の領域に写像されることを示せ．また，この変換のヤコビ行列式を計算し，その結果を x および y の式で表せ．

キーワード：Keywords

複素数：Complex number，変数：Variable，虚数単位：Imaginary unit，円周率：Pi，複素関数：Complex function，実数：Real number，閉曲線：Closed curve，中心：Center，半径：Radius，円周：Circumference，領域：Domain，内部：Interior，正則：Regular，複素積分：Complex integral，コーシーの積分公式：Cauchy's integral expression，関係式：Relational expression，原点：Origin，パラメータ：Parameter，実関数：Real function，ヤコビ行列式：Jacobian determinant，変換：Transformation，平面：Plane，単位円：Unit circle，上半面：Upper half plane，写像：Mapping