

大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試 入学試験問題
(2021年8月17日実施)

【情報学専攻】

専門科目：[選択問題]

※注意事項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて12枚、解答用紙は8枚である。(マークシート1枚を含む)
3. 試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
マークシートに受験番号をマークする際には左詰めで記入し、氏名は記入しないこと。
4. 試験時間は必須問題と選択問題をあわせて180分である。
5. 選択問題では、4科目の中から3科目を選んで解答すること。
また、選択した3科目は、選択科目記入シートに必ず○印を記入すること。
(採点は選択科目記入シートに○印が記入された科目についてのみ行う。誤記入、記入もれに十分注意すること。)
「確率・オペレーションズリサーチ」では、問2か問3を、
「計算機工学」は4-1[形式言語理論]か、4-2[計算機アーキテクチャ]を選択すること。
6. 解答は、必ず当該科目の解答用紙を使用すること。
(解答用紙には問題番号が記入されているので、解答する科目番号が記入されている解答用紙を使用すること。「離散数学」問1・問2はマークシートを使用すること。)
また、解答用紙は裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
7. 選択科目記入シートは、試験終了後に必ず提出すること。
8. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
9. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。
10. 解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

選択問題

情報学専攻

科目の番号

1

アルゴリズムとデータ構造

ヒープは、完全2分木で表されるデータ構造であり、ノードの持つ値が親子間で一定の順序関係を有するように値を格納したものである。ここでは、配列を用いてヒープを表現する。ヒープを表す配列の先頭要素はヒープの根ノードを表し、2分木を根ノードから幅優先探索で走査した順に各ノードの値が格納されているものとする。また、C言語で書かれた以下のプログラムは、ヒープ処理に関するものである。（ただし、関数 swap は参照渡しされた2つの変数の値を交換するものである。）また、配列 A, B, X は、処理対象となる配列を表す。以下の問いに答えなさい。

```
void algo(int a[], int parent, int n){
    int child=parent*2+1;
    if (child<=n){
        int r_child= child+1;
        if (r_child<=n && a[r_child]>a[child])
            child=r_child;
        if (a[parent]<a[child]){
            swap(&a[parent], &a[child]); /* (S) */
            algo(a, child, n);
        }
    }
}
```

```
void algo1(int a[], int n){
    while (n>0) {
        swap(&a[0], &a[n]);
        n--;
        algo(a, 0, n); }
}
```

```
void algo2(int b[], int p, int n){
    if (p>=0) {
        algo(b, p, n);
        p--;
        algo2(b, p, n); }
}
```

```
void algo3(int a[], int k, int n){
    int c;
    for (c=k; c<=n; c++){
        if (a[0] (1) a[c]) {
            swap (&a[0], &a[c]);
            algo( (2) ); }
    }
```

配列 A={30, 28, 23, 20, 25, 19, 21, 8, 6, 15, 11, 4, 9, 12, 2}
 配列 B={20, 19, 16, 15, 18, 14, 8}
 配列 X={35, 15, 40, 20, 55, 5, 65, 25, 45, 70, 30, 45, 50, 10, 60}

- 配列 A[i] (i=0~14) はヒープを表す。A について次の値を求めなさい。
 - A[6]の左の子ノード
 - A[10]の親ノード
 - 葉ノードの個数
- 配列 A[i]の根ノード (A[0]) の値を 10 に置き換えて algo(A, 0, 14) を実行し、ヒープを再構成する。実行後の配列 A の状態を答えなさい。また、(S)行が実行される回数を答えなさい。
- algo1 は、ヒープを表す配列 a[i] (i=0~n) の要素をソートする。algo1(B, 6) を実行し、B のソートが完了する (n の値が 5 から 0 となる) までの間、n の値ごとに algo の(S)行が実行される回数と algo 実行後の配列 B の状態を答えなさい。
- algo2 は、ヒープでない配列 b[i] (i=0~n) からヒープを構成する。配列 X について algo2(X, 6, 14) を実行する。実行完了後の配列 X の状態を答えなさい。また、algo2 ではどのようにヒープを構成しているかを説明しなさい。
- algo3 は、ヒープ配列 a[i] (i=0~n) から k 番目 (1 ≤ k ≤ n+1) に小さい値を取り出す。ここでは、a の部分配列 a[j] (j=0~k-1) を利用することで、最終的に k 番目に小さい値を a[0] に格納する。例えば、algo3(A, 7, 14) を実行すると A の配列要素のうち 7 番目に小さい値が a[0] に格納される。algo3 の空欄(1), (2)を埋めて完成させなさい。ただし、ここでは配列に同じ値を持つ要素はないものとする。

ヒープ:heap, (完全)2分木:(complete) binary tree, ノード:node, 親子:parent-child, 順序:order, 配列:array, 要素:element, 根:root, 幅優先探索:breadth first search, 参照渡し:call by reference, 葉:leaf, ソート:sort

選択問題

情報学専攻

科目の番号

2

確率・オペレーションズリサーチ

この科目（確率・オペレーションズリサーチ）を受験する場合には、問1は必ず解答し、問2と問3はいずれか一方のみを選択して解答すること。

問1 1時間あたり平均して λ 人の来客がある店舗について考える。毎時間の来客数が互いに独立にポアソン分布に従っていると仮定する。

問1-1：ポアソン分布のモーメント母関数を求めよ。

問1-2：10時間分の来客数の合計が従う確率分布を導出せよ。

問1-3：10時間分の来客数の合計の平均と分散を導出せよ。

Keywords 平均: mean, 来客: visitors, 店舗: shop, 来客数: number of visitors, ポアソン分布: Poisson distribution, モーメント母関数: moment generating function, 合計: sum, 確率分布: probability distribution, 分散: variance

問2 この問題を選択する場合には以下のA, Bの双方に解答すること。そして問3に解答してはいけない。

A 2つの確率変数 X, Y が互いに独立に0以上100以下の実数値をとる一様分布に従っていると仮定する。

問2-1： X と Y の相関係数を求めよ。

問2-2： $X+Y \geq a$ の確率を求めよ。ただし a は0以上200以下の実数値とする。

B これ以降は、Aの仮定に加えて $X+Y \geq 120$ を条件とした、条件付き分布を考える。

問2-3： X と Y の条件付き同時密度関数を求めよ。

問2-4：この条件付き分布に関して、 X と Y が互いに独立かどうか確かめよ。

問2-5：この条件付き分布に関する、 X と Y それぞれの条件付き平均を求めよ。

Keywords 確率変数: random variable, 互いに独立に: independently with each other, 実数値: real number, 一様分布: uniform distribution, 仮定: assumption, 相関係数: correlation coefficient, 確率: probability, 条件: condition, 条件付き分布: conditional distribution, 同時密度関数: joint density function

（前ページから続く）

問3 この問題を選択する場合には、問2に解答してはいけない。

ガラス製造A社は、ガラス窓やガラス製ドアといった製品を生産している。同社は3つの工場を持っており、工場1はアルミ枠などを生産する生産設備を、工場2は木製の枠を生産する設備を有している。さらに、工場3はガラス製品を生産する設備を有し、さらに組み立てを行っている。

ガラス製造A社は最近、収益が悪化しており、経営陣は工場の生産ラインを整理することにした。そこで、採算の合わない従来製品は生産終了とし、次の2つの有望な新製品を投入することにした。

製品1： アルミ枠で高級ガラスを用いたドア

製品2： 断熱性を高める木製の枠を用いたガラス窓

製品1は工場1と3の生産設備を必要とする一方で、製品2は、工場2と3の生産設備を必要とする。マーケティング部の調査の結果、製品1を1単位生産すれば3万円の利益が、製品2を1単位生産すれば5万円の利益が見込めることがわかった。

製品1を1単位生産するのに、工場1を1時間使う必要がある（単位あたりの生産時間）が、工場1は他の製品も生産しているため、1週間に4時間までしか使えない（1週間の生産可能時間）。同じように工場2が使える時間は12時間までで、製品2を1単位生産するには2時間使う必要がある。工場3では使える時間は18時間までで、製品1を1単位生産するときに3時間、製品2を1単位生産するときに2時間使う必要がある。

そこで、ガラス製造A社は、製造部に1週間の生産計画を立てるよう依頼した。製品1と2それぞれの生産量を調整して、総利益をできるだけ大きくしたいとする。このとき、以下の問に答えよ。

問3-1： 製品1と2の生産量を、それぞれ x_1, x_2 [単位]で表す。このとき、総利益 Z を最大にする生産計画問題を、線形計画問題として定式化せよ。なお、スラック変数は、 x_3, x_4, x_5 とせよ。

問3-2： 問3-1で定式化した問題の最適解（各製品の生産量）とその最適解において得られる総利益について、シンプレックス法を用いて求めよ。なお、解答欄にしたがってシンプレックス表を作成せよ。

問3-3： 問3-1で定式化した問題を主問題としたとき、その主問題に対する双対問題を記せ。

Keywords 製品: product, 生産: produce, 工場: factory, 生産設備: production facility, 必要: required, 単位: unit, 利益: profit, 単位あたりの生産時間: production hours per unit, 1週間の生産可能時間: available production hours per week, 生産量: production quantity, 総利益: total profit, 生産計画問題: production planning problem, 線形計画問題: linear programming problem, 定式化せよ: formulate, スラック変数: slack variable, 最適解: optimal solution, シンプレックス法: Simplex method, 表: table, 主問題: primal problem, 双対問題: dual problem

選択問題

情報学専攻

科目の番号

3

離散数学

注意：離散数学の問 1～問 3 はマークシートに解答しなさい。

解答にあたっては、 ～ に当てはまる最も適切なものを、
選択肢から選びなさい。

問 1. 全体集合 U および集合 A, B, C を次のように定める。

$$U = \{x \mid x \text{ は } 20 \text{ 以下の正の整数}\}$$

$$A = \{x \in U \mid x \text{ は } 2 \text{ の倍数}\}$$

$$B = \{x \in U \mid x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$$

$$C = \{x \in U \mid x \text{ は } 4 \text{ の倍数}\}$$

以下の (1)～(4) に答えよ。ただし、集合 $X, Y \subset U$ に対し、 X^c は X の補集合を、 $X - Y$ は X から Y を除いた差集合を表すものとする。

- (1) $(A \cup B) \cap (A^c \cup B)$ に含まれる要素の個数は である。
 (2) $B - (A^c \cup C^c)$ に含まれる要素の個数は である。
 (3) 集合 $\{x \in A \mid x \text{ は素数}\}$ に含まれる要素の個数は である。
 (4) 集合 $\{x \in A \mid \exists y \in B \text{ s.t. } |x - y| = 2\}$ に含まれる要素の個数は である。

選択肢：① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4 ⑥ 5 ⑦ 6 ⑧ 7 ⑨ 8 ⑩ 9 以上

全体集合: universal set, 集合: set, 正の整数: positive integer, 倍数: multiple number,
補集合: complement, 差集合: difference, 素数: prime number

【次のページへ続く】

選択問題

情報学専攻

科目の番号

3

離散数学

【前のページから】

問2. 次の真理値表の空欄を埋めよ。ただし、Tは真を、Fは偽を表すものとする。

P	Q	R	$(P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge R)$	$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow (Q \Rightarrow \neg R)$
T	T	T	5	13
T	T	F	6	14
T	F	T	7	15
T	F	F	8	16
F	T	T	9	17
F	T	F	10	18
F	F	T	11	19
F	F	F	12	20

選択肢：① F ② T

真理値表: truth value table, 真: true, 偽: false

【次のページへ続く】

選択問題

情報学専攻

科目の番号

3 離散数学

【前のページから】

問3.

以下の式で与えられる写像 $t: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ が、単射であるか全射であるかを以下の手順で証明する。当てはまる選択肢を、次頁の選択肢 [記号及び数字], [文章], [数式] から選びなさい。同じ番号の空欄には同じものが入ることに注意せよ。

$$t(x) = \frac{1}{2} \left(e^x + \frac{1}{e^x} \right)$$

ここで、 e は自然対数の底である。

- (1) 実数全体の集合を \mathbb{R} とする。集合 $X, Y \subset \mathbb{R}$ に対して写像 $f: X \rightarrow Y$ を考える。任意の $x_1, x_2 \in X$ について、 $x_1 < x_2$ のとき $f(x_1) < f(x_2)$ が成立するとき、 f は狭義単調増加であるという。 f が狭義単調増加であるとき、 f は 。これを以下で示す。

狭義単調増加の定義より、次が成り立つ。

- x_1 x_2 のとき $f(x_1) < f(x_2)$
- x_1 x_2 のとき $f(x_1) > f(x_2)$

ゆえに、 x_1 x_2 とき $f(x_1)$ $f(x_2)$ であるといえる。したがって、 f は 。

- (2) 集合 $X, Y, Z \subset \mathbb{R}$ に対して写像 $g: X \rightarrow Y$, 写像 $f: Y \rightarrow Z$ がともに狭義単調増加であるとき、合成写像 $f \circ g$ は 。これを以下で示す。

任意の $x_1, x_2 \in X$ について、 $x_1 < x_2$ のとき $g(x_1) < g(x_2)$ である。ゆえに、 $x_1 < x_2$ のとき である。したがって $f \circ g$ は狭義単調増加であり、(1) より 。

【次のページへ続く】

選択問題

情報学専攻

科目の番号

3

離散数学

【前のページから】

- (3) 写像 $h(x) = \frac{1}{2}(x + \frac{1}{x})$ を考えると, $t(x) = h(\boxed{26})$ と表すことができる.
 $\boxed{26}$ は $[0, \infty)$ において狭義単調増加であり, $\boxed{26}$ による $[0, \infty)$ の像は $[\boxed{27}, \infty)$ である. また, h は定義域を $[\boxed{27}, \infty)$ とすると, 狭義単調増加である. t は h と $\boxed{26}$ の合成写像であるから, (2) より, t は $\boxed{21}$.
- (4) $t(x) = \boxed{28}$ を満たす x が $\boxed{29}$ ことから, t は $\boxed{30}$.
- (5) 以上より, 写像 t は, $\boxed{21}$, かつ, $\boxed{30}$.

選択肢：

[記号及び数字]

① = ② > ③ < ④ ≠ ⑤ ∈ ⑥ ∉ ⑦ -1 ⑧ 0 ⑨ 1 ⑩ ∞

[文章]

① 単射である (injection) ② 単射でない (not injection) ③ 全射である (surjection)
 ④ 全射でない (not surjection) ⑤ 全単射である (bijection) ⑥ 単射でも全射でもない (neither injection nor surjection) ⑦ 存在する (exists) ⑧ 存在しない (does not exist) ⑨ 複数存在する (more than one exists)

[数式]

① e^x ② x_1 ③ x_2 ④ $e^x + \frac{1}{e^x}$ ⑤ $f(x_1) < f(x_2)$ ⑥ $f(x_2) < f(x_1)$ ⑦ $f(g(x_1)) < f(g(x_2))$ ⑧ $f(g(x_2)) < f(g(x_1))$ ⑨ $g(f(x_1)) < g(f(x_2))$ ⑩ $g(f(x_2)) < g(f(x_1))$

写像: map, 単射: injection, 全射: surjection, 自然対数の底: base of the natural logarithm,
 実数: real number, 集合: set, 狭義単調増加: strictly increasing, 合成写像: composition
 定義域: domain

【次のページへ続く】

選択問題

情報学専攻

科目の番号

3

離散数学

【前のページから】

注意：離散数学の問 4, 問 5 は記述式の問題です。

解答用紙 4 ページと 5 ページを使って解答すること

問 4. n が 1 以上の自然数であるとき, 以下の不等式が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ.

$$\frac{(3n)!}{(n!)^3} > 3^n$$

自然数：natural number, 不等式：inequality, 数学的帰納法：mathematical induction

【次のページへ続く】

選択問題

情報学専攻

科目の番号

3

離散数学

【前のページから】

問5. ある中学校の1年から3年までの各学年は、生徒数が200人で、5つのクラスがある。また、この中学校では学年ごとにクラス替えが行われる。このとき、3年間ずっと同じクラスになる生徒の組ができないようにクラス分けをするのは不可能であることを、鳩の巣原理を使って証明せよ。

鳩の巣原理: pigeonhole principle

【離散数学の問題はここまで】

選択問題

情報学専攻

科目の番号

4

計算機工学 [4-1]

1. 次の文法について、以下の問いに答えなさい。ただし、以下の文法の非終端記号は S, A, B 、終端記号は e, f, g, h とし、開始記号は S とする。

$$S \rightarrow AB, A \rightarrow eAf, A \rightarrow ef, B \rightarrow gBh, B \rightarrow gh$$

- (1) この文法が生成する長さ 10 以上の終端記号列を 2 つ書きなさい。答えだけでなく、導出過程も示すこと。
- (2) この文法が生成する終端記号列の集合を記述しなさい。例えば、 $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ のような形で表記すること。
2. 入力記号が c, d であり、 c と d からなる記号列のうち、 c の個数が 3 の倍数であるもののみを受理する最小状態数の有限オートマトンを M とする。このとき、以下の問いに答えなさい。
- (1) M の状態遷移図を図示しなさい。
- (2) M の状態遷移関数を書きなさい。
3. 次の文法について、以下の問いに答えなさい。ただし、以下の文法の非終端記号は S 、終端記号は a, b とし、開始記号は S とする。また、 ε は空列とする。

$$S \rightarrow aSa, S \rightarrow bSb, S \rightarrow a, S \rightarrow b, S \rightarrow \varepsilon$$

この文法が生成するのは、回文（左から読んでも右から読んでも同じになる記号列）だけであることを、数学的帰納法で証明しなさい。

文法：grammar, 非終端記号：nonterminal symbol, 終端記号：terminal symbol, 開始記号：start symbol, 有限オートマトン：finite automaton, 状態遷移図：state transition diagram, 空列：empty string

選択問題

情報学専攻

科目の番号

4 計算機工学 [4-2]

1. 以下の問いに答えよ。

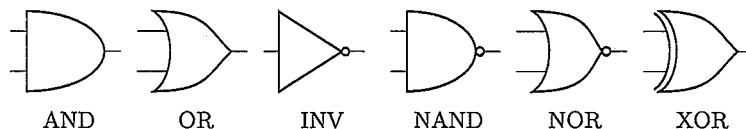
- (1) 16進数の $(2021)_{16}$ を8進数で書け。
- (2) 16進数の小数 0.18 を10進数の分数で書け。
- (3) 2の補数で表された負数 10111000 の絶対値を10進数で書け。
- (4) 数値を2進数で格納するレジスタがある。このレジスタに正の整数 x を設定した後、レジスタの値を3ビット左にシフトして、 x を加える操作を行うと、レジスタの値は x の何倍になるか。ここで、あふれ（オーバーフロー）は、発生しないものとする。

2. システム A, B のキャッシュメモリと主記憶のアクセス時間は表のとおりである（単位はナノセカンド）。ここで、キャッシュミスの場合は、表の主記憶のアクセス時間のみ考えるものとする。

	システム A	システム B
キャッシュメモリ	20	10
主記憶	40	70

- (1) キャッシュメモリのヒット率が0.5の場合、システム A の実効アクセス時間は何ナノセカンドか。
- (2) あるプログラムをシステム A で実行したときのキャッシュメモリのヒット率と実効アクセス時間は、システム B で実行したときと同じになった。このときのキャッシュメモリのヒット率を求めよ。
- (3) システム A の性能は 100MIPS であり、CPIが2である。システム A の CPU の周波数を求めよ。

3. 下図で表す2入力の論理ゲート(AND, OR, INV, NAND, NOR, XORゲート)について、以下の問いに答えよ。



- (1) 二つの入力と一つの出力をもつ論理ゲートで、二つの入力がともに1のときだけ、出力が0になるものはどれか。
- (2) NAND, NORゲートは汎用的なゲートであり、いかなる論理関数でも実装できる。NORゲートだけを使用して、ORの関数を作成し、回路図を描け。
- (3) 2入力ANDゲートと2入力ORゲートを使用して、3入力多数決回路を作成し、回路図を描け。

16進数: hexadecimal number, 8進数: octal number, 小数: decimal number, 10進数: digit number, 分数: fractional number, 2の補数: 2's complement, 負数: negative number, 絶対値: absolute value, 2進数: binary number, レジスタ: register, シフト: shift, オーバフロー: overflow, キャッシュメモリ: cache memory, 主記憶: main memory, アクセス時間: access time, ナノセカンド: nano second, キャッシュミス: cache miss, ヒット率: hit rate, 実効アクセス時間: effective access time, MIPS: million instructions per second, CPI: cycles per instruction, 周波数: frequency, 論理ゲート: logic gate, 汎用的: generic, 回路図: circuit schematic, 多数決回路: majority circuit