大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2024年8月16日実施）

【情報・ネットワーク工学専攻】

専門科目：［選択問題］

※注意事項

１．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

２．選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて１１枚、解答用紙は３枚である。

３．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

４．選択問題の試験時間は120分である。

５．選択問題では、８科目の中から３科目を選んで解答すること。

６．解答用紙の科目の番号欄には、選択した科目の番号を記入すること。
（採点は記入された番号についてのみ行う。誤記入、記入もれに注意すること）

７．解答は、科目ごとに別々の解答用紙（各科目ごとに１枚）を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。

８．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

９．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

１０．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2024年8月16日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

1　電気回路

図1(a)のインピーダンス Z の両端にかかっている電圧および流れ込む電流の各々の交流（正弦）時間波形が図1(b)に示す関係となっている。このとき、以下の問いに答えよ。なお、図1に関する全ての計算結果において、平方根表記、および、π の記号が含まれた状態でも良いこととする。

(1) 各々の交流時間波形の実効値電圧[V]、実効値電流[A]、周波数[kHz]、電流と電圧の位相差[degree]を求めよ。

(2) このインピーダンス Z での平均消費電力[W]を求めよ。

(3) このインピーダンス Z として考えられる回路構成を、図1(c)の中から全て選んで番号（①～④）を記し、さらに、選んだ各々の回路の素子値（単位は、抵抗[Ω]、インダクタンス[μH]、キャパシタンス[μF]）を求めよ。

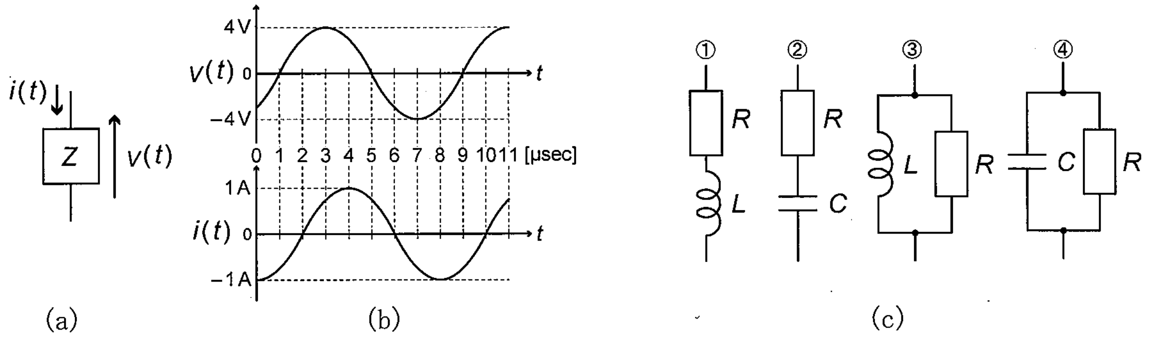


図1

図2の回路において、$t < 0$ では2つのスイッチが開いた状態にあり、キャパシタンス C の電荷が零であるとする。そして、$t = 0$ でスイッチSW1を閉じ、その後、$t = t_1$ でスイッチSW2を閉じたとする。このとき、以下の問いに答えよ。（解答の際に、ネイピア数を e = 2.72 として計算せよ。）

(4) $0 \leqq t < t_1$ でのキャパシタンス C に流れる電流 $i_C(t)$ の過渡応答を求めよ。

(5) SW2 を閉じた後に十分時間が経ち定常状態となったときの a 点の電位を求めよ。

(6) $E = 10$ [V]、$R_1 = 1$ [kΩ]、$C = 10$ [μF]、$t_1 = 10$ [msec]としたときに、SW2 を閉じた直後から a 点の電位が一定値に保たれたという。このときの抵抗 R_2 の値[kΩ]、および、a 点の電位の値[V]を求めよ。その際に小数点第二位（四捨五入）まで記せ。

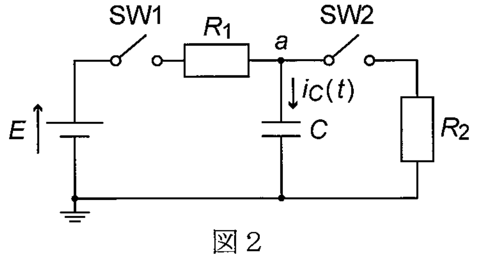


図2

インピーダンス : impedance、電圧 : voltage、電流 : current、交流（正弦）時間波形流 : AC (sine) time waveform、平方根表記 : square root notation、実効値 : effective value、位相差 : phase difference、平均消費電力 : average power consumption、回路構成 : circuit configuration、素子値 : element value、抵抗 : resistance、インダクタンス : inductance、キャパシタンス : capacitance、スイッチが開いた（閉じる）: switch is open (closed)、電荷 : charge、ネイピア数 : Napier number、過渡応答 : transient response、定常状態 : steady state、電位 : potential、小数点第二位（四捨五入）: two decimal place (and round up or down)

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（令和 6 年 8 月 16 日実施）

選択問題

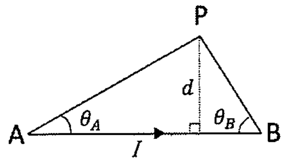
情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

2　電磁気学

真空中の誘電率を ϵ_0，真空中の透磁率を μ_0，円周率を π として以下の問に答えよ．解答の際には，自然対数を log と底を省略して書いてよい．

1. 右図のように有限の長さの直線状導線AB に電流I が流れているとき，点 P における磁界の強さと向きを求めよ．ただし，最終的な解答は図に記載された量 I, d, θ_A, θ_B を用いて表すこと．



2. 無限に長い直線状導線 C_1 と導線 C_1 を含む平面内にある正方形のコイル (巻数 1) C_2 がその一辺が導線 C_1 に平行になるように置かれている．正方形のコイルの一辺が $2a$ であるとし，導線 C_1 からの最短距離が d であるとき，以下の問に答えよ．

   (a) 正方形コイル C_2 に電流 I を流すとき，このコイルの中心における磁界の強さを求めよ．

   (b) 次に，直線状導線 C_1 に電流 I を流すとき，正方形コイル C_2 の中心における磁界の強さを求めよ．

   (c) 最後に，直線状導線 C_1 と正方形コイル C_2 の両方にそれぞれ電流 I_1, I_2 $(I_1, I_2 > 0)$ を流す．ただし，電流の向きは最短距離で平行に流れている電流の向きが同じになるとする．2 つの間に作用する力の大きさと向きを求めよ．

   (d) 両者間の相互インダクタンスを求めよ．

3. 長さ ℓ，半径 a の円柱状の導体 1 と同じ長さで内半径 b 外半径 c $(a < b < c)$ の円筒形導体 2 が同軸をなすように置かれているとき，以下の問に答えよ．ただし，導体の長さは半径に比べて十分に長いとし，上面・底面に分布する電荷とこれらからの効果を無視する近似を用いてよい．また，電位は無限遠点を電位の基準とする．

   (a) 電荷$Q(> 0)$ を導体 1 に与えたとき，各導体の内部および表面の電荷の分布を求めよ．

   (b) 小問 (a) の状況で生成される電界の強さを中心軸からの距離 r を用いて求めよ．

   (c) 次に，電荷を取り除き，導体 1 に電荷 Q，導体 2 に電荷 $-Q$ を与えた．このときに作られる電界の強さおよび電位を中心軸からの距離 r の関数として求めよ．

   (d) この円筒形コンデンサの静電容量を求めよ．

   (e) 最後にこの円筒形コンデンサの内側に誘電率 ϵ_1 と ϵ_2 の 2 つの誘導体を詰めたときの静電容量を求めよ．ただし，それぞれの誘導体は中心軸から距離 a から R までを誘電率 ϵ_1，R から b までを誘電率 ϵ_2 とし，円筒状になるものとする．$(a < R < b)$

誘電率 (permittivity), 透磁率 (permeability), 円周率 (circumference), 自然対数 (natural logarithm), 底 (base), 直線状導線 (straight wire), 電流 (electric current), 磁界 (magnetic field), コイル (巻数 1) (1-turn coil), 相互インダクタンス (mutual inductance), 導体 (conductor), 電荷 (charge), 電界 (electric field), 電位 (electric potential), コンデンサ (capacitor), 静電容量 (electrostatic capacitance), 誘導体 (dielectric)

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

3 確率統計

実数値をとる確率変数 X は次の確率密度関数に従うとする．

$$f_X(x) = \frac{w_1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2}\right\} + \frac{w_2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right\}, (-\infty < x < \infty).$$

ここで実数 μ, σ, w_1, w_2 はパラメータであり，$-\infty < \mu < \infty, 0 < \sigma < \infty, w_1 \geq 0, w_2 \geq 0, w_1 + w_2 = 1$ を満たす．$\exp(\cdot)$ は自然対数の底の指数関数である．

以下の各問いに答えよ．ただし小問 (4), (7) 以外は導出過程を書きなさい．

(1) 確率変数 X の積率母関数 $M_X(t) = E[\exp(tX)]$ $(-\infty < t < \infty)$ を求めよ．

(2) 確率変数 X の期待値 $E[X]$ を求めよ．

(3) 確率変数 X の分散 $V[X]$ を求めよ．

(4) 期待値 $E[5X+7]$ および分散 $V[5X+7]$ を求めよ．答えのみでもよい．

(5) $\mu = 1$ とする．σ を固定し w_1, w_2 を変化させたときの分散 $V[X]$ の最大値を求めよ．またそのときの w_1, w_2 の値を求めよ．(ヒント: σ の値により場合分けをする)

n を 1 以上の整数とする．n 個の確率変数 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ は互いに独立に確率変数 X と同じ確率密度関数に従うとする．

(6) $w_1 = 0, w_2 = 1$ と仮定したときのパラメータ σ の最尤推定量を求めよ．

(7) 確率変数の和 $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$ に対して，Y の積率母関数 $M_Y(t)$ $(-\infty < t < \infty)$ を求めよ．答えのみでもよい．

確率変数: random variable, 確率密度関数: probability density function, パラメータ: parameter, 自然対数の底: base of the natural logarithm, 指数関数: exponential function, 積率母関数: moment-generating function, 期待値: expectation, 分散: variance, 最大値: maximum, 独立: independent, 最尤推定量: maximum likelihood estimator, 和: sum.

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2024 年 8 月 16 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

4　信号処理

離散時間信号 $x[n], n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ の離散時間フーリエ変換 (DTFT; Discrete-time Fourier transform) は

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} \tag{1}$$

で与えられる。ここで j は虚数単位($j = \sqrt{-1}$) を表す。

1. ディラックのデルタ関数

$$\delta(\omega) = \begin{cases} \infty & (\omega = 0) \\ 0 & (-\pi \le \omega \le \pi) \end{cases} \tag{2}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \delta(\omega) d\omega = 1 \tag{3}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \delta(\omega) X(\omega) d\omega = X(0), \quad (X(\omega) \text{ は } [-\pi, \pi] \text{ 上の任意の関数 (*)}) \tag{4}$$

   の逆離散時間フーリエ変換 (Inverse DTFT) $D[n]$ を求めよ。

2. 離散時間正弦波 $s[n] = \sin(\omega_0 n),\ n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ を DTFT して得られた $S(\omega)$ をデルタ関数 $\delta(\omega)$ を用いて表せ。ここで、$-\pi < \omega_0 < \pi$ とする。

3. 離散時間信号 $x[n]$ に対し、

$$y[n] = \sum_{i=0}^{2} x[n-i] \tag{5}$$

   となる変換を行う線形時不変システム $L : x \to y$ を考える。L の周波数応答 $H(e^{j\omega})$ を求め、振幅応答と位相応答の概形を $-\pi \le \omega \le \pi$ の範囲で図示せよ。

4. 式 (5) で与えられる線形時不変システム L に離散白色雑音 $w[n]$ ($E(w[n]w[m]) = \delta[m-n]$, E は集合平均、$\delta[n]$ はクロネッカーのデルタを表す) を入力したとき、出力信号 $y_w[n]$ の自己相関関数 $r[n]$ を求めよ。

5. 4 の結果より、$y_w[n]$ のパワースペクトル密度 $P_w(\omega)$ を求めよ。

(*) 特殊な一部の関数を除く。

離散時間信号: discrete-time signal、虚数単位: imaginary unit、ディラックのデルタ関数: Dirac's delta function、離散時間正弦波: discrete-time sine wave、線形時不変システム: linear time-invariant system、周波数応答: frequency response、振幅応答: amplitude response、位相応答: phase response、離散白色雑音: discrete white noise、集合平均: ensemble average、クロネッカーのデルタ: Kronecker delta、出力信号: output signal、自己相関関数: auto-correlation function、パワースペクトル密度: power spectral density

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

5　アルゴリズムとデータ構造

<u>二分木</u>は各<u>頂点</u>(節点，ノード)が高々2 個の子を持つ木構造である．二分木の<u>走査</u>(なぞり)によって，すべての頂点を決められた順序に従って系統的に訪問し，訪問した頂点の<u>要素</u>(キー)を出力することを考える．以下の小問に答えよ．

(1) アルゴリズム TreeWalk は二分木のすべての頂点を<u>深さ優先探索</u>する<u>再帰</u>を用いたアルゴリズムである．ここで，p は二分木上の頂点，left[p] は頂点 p の<u>左子</u>，right[p] は頂点 p の<u>右子</u>，key[p] は頂点 p が持つ要素である．
二分木 T1 が与えられたとき，TreeWalk(root[T1]) を呼び出すことによって，二分木 T1 のすべての頂点を訪問することができる．ここで，root[T1]は二分木 T1 の<u>根</u>である．
アルゴリズム TreeWalk によって<u>通りがけ順</u>(中順，中央順)に走査するときに，頂点の要素を出力する「p[key]を出力」を(ア)，(イ)，(ウ)のどの空欄で行うかを答えよ．

【アルゴリズム TreeWalk】

```
TreeWalk( p )
  if ( p ≠ NULL )
        (ア)
        TreeWalk(left[p])
        (イ)
        TreeWalk(right[p])
        (ウ)
```

(2) すべての頂点を根から始めて通りがけ順で走査するアルゴリズム InOrder を再帰を用いず，<u>スタック</u>を用いて書け．アルゴリズム TreeWalk に準じた<u>疑似コード</u>で答えればよい．ここで，スタック S，スタック S に頂点 p を格納する push(p, S)，スタックからの取り出しを行う pop(S) は用意されているとする．

二分木のうち，「各頂点の要素が，左の<u>子孫</u>のどの頂点の要素よりも大きいか等しく，右の子孫のどの要素よりも小さいか等しい」という性質を満たすものを<u>二分探索木</u>と呼ぶ．以下の小問に答えよ．

(3) 7 つの要素を{ 10, 15, 3, 2, 7, 4, 12 } の順で<u>挿入</u>したときに得られる二分探索木 T2 を図示せよ．ここで，図 1 に示す二分探索木に準じて，頂点を丸，<u>辺</u>を直線で示し，根の右横に" root[T2]" と書き込むこと．また，要素の大小は数値として判断すること．

(4) 二分探索木は挿入，<u>探索</u>，<u>削除</u>などの操作を効率良く実現するデータ構造であるが，木の形によっては効率良くならない場合もある．この理由をオーダー記法 $\boldsymbol{O}()$ を用いて説明せよ．ここで，二分探索木の頂点数を n とする．

(5) 5 つの要素 { 11, 12, 13, 14, 15 } からなる二分探索木において，与えられた各要素の探索<u>頻度</u>の下で木の探索<u>コスト</u>が最小となる木を求めたい．ここで，頂点 V の探索コストは，与えられた探索頻度の下での根から V に至る頂点の要素の比較回数とする．木の探索コストは，与えられた探索頻度の下での全頂点の探索コストの和とする．例えば，図 1 の二分探索木において，要素 11 の探索頻度は 2 回，要素 15 の探索頻度は 1 回と与えられたとき，頂点 11 の探索コストは 6，頂点 15 の探索コストは 2 であり，木の探索コストは 8 となる．

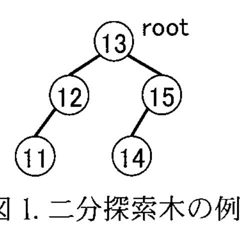


図 1. 二分探索木の例

【次ページに続く】

【前ページから続く】

5つの要素の探索頻度が

要素 11 は 4 回，12 は 2 回，13 は 1 回，14 は 3 回，15 は 3 回

と与えられているとき，木の探索コストが最小となる二分探索木 T3 を図示し，この木となる理由を説明せよ．ここで，図 1 に示す二分探索木に準じて，頂点を丸，辺を直線で示し，根の右横に“root [T3]”と書き込むこと．また，要素の大小は数値として判断すること．

二分木 (binary tree)，頂点 (node, vertex)，走査 (traversal)，要素 (key)，深さ優先探索 (depth first search)，再帰 (recursion)，左子 (left-child)，右子 (right-child)，根 (root)，通りがけ順 (inorder)，スタック (stack)，疑似コード (pseudo code)，子孫 (descendant)，二分探索木 (binary search tree)，挿入 (insertion)，辺 (edge)，探索 (search)，削除 (deletion)，頻度 (frequency)，コスト (cost)

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

6　計算機の基本原理

1．図 1 に示すように 1 から 3 の番号を付けた 3 つのボタンがあり，各ボタンに接続した信号 I_1, I_2, I_3 を入力として O_1 と O_2 を出力するエンコーダを考える．I_1, I_2, I_3 は，それぞれ接続したボタンを押した時に 1，押していない時は 0 になる．また，出力は O_1O_2 を 2 桁の 2 進数として見た時に，押しているボタン番号を表すものとする．ただし，どのボタンも押していない時は O_1 と O_2 が共に 0 となり，複数のボタンを同時に押した時は O_1O_2 に一番大きなボタン番号を出力する．

(1) このエンコーダの真理値表を入力 I_1, I_2, I_3 と出力 O_1, O_2 を用いて示せ．

(2) O_1 と O_2 を，それぞれ I_1, I_2, I_3 を用いた論理式で表せ．ただし，論理式は簡単化されていること．

(3) このエンコーダの回路図を AND, OR, NOT ゲートを用いて示せ．

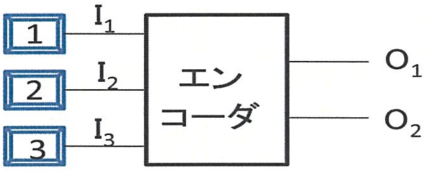


図 1

2．図 2 は，ある同期式順序回路のタイミング図を示している．この同期式順序回路は，Reset 信号が 1 の時 CLK 信号の立ち上がりエッジに同期して動作し，1 CLK サイクルの間 Out に 1 を出力し，続く 2 CLK サイクルは Out に 0 を出力する動作を繰り返す．

(1) この同期式順序回路を 3 つの状態 S_0，S_1，S_2 を持つムーアマシン型の状態機械として設計する時の状態遷移図を示せ．ただし，Reset が 0 の時は状態 S_0 となり，S_0 の次状態を S_1 とする．

(2) 3 つの状態 S_0，S_1，S_2 に対して 2 つの状態変数 A，B を表 2 のように割り当てる．A と B の次状態の値をそれぞれ A^+，B^+ とする時，A^+ と B^+ 及び出力 Out を A, B, Reset を用いた式で表せ．ただし，式は簡単化されていること．

(3) この同期式順序回路をアクティブ・ローのクリア入力端子を持つ 2 つの D フリップフロップを用いて設計し，その回路図を示せ．

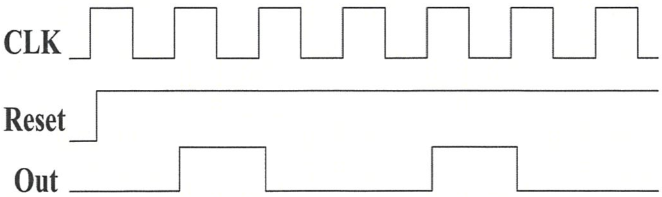


図 2

表 2

	A	B
S_0	0	0
S_1	0	1
S_2	1	0

【次ページに続く】

【前ページから続く】

エンコーダ：encoder, 真理値表：truth table, 論理式：logic equation, 簡単化：simplification, 同期式順序回路：synchronous sequential circuit, タイミング図：timing diagram, ムーアマシン：Moore machine, 状態機械：state machine, 状態遷移図：state transition diagram, 次状態：next state, 状態変数：state variables, アクティブ・ロー：active low, D フリップフロップ：D-type flip-flop

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2024年8月16日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

7 数値計算

行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ は 固有値　$\lambda_1 = 2 + \sqrt{5}$,　$\lambda_2 = 2 - \sqrt{5}$　および

それぞれの 固有ベクトル　$\mathbf{v}_1 = (\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1)^T$,　$\mathbf{v}_2 = (1, \frac{1-\sqrt{5}}{2})^T$　を持つ。ただし固有ベクトルは 最大値ノルム　(無限大ノルム) で規格化されている。この行列に対し次の無限回反復を考える。

(i) $\mathbf{y}^{(0)} = (1, 1)^T$ とする。

(ii) $k = 1, 2, 3, \cdots$ に対して以下を反復する。

$$\mathbf{z}^{(k)} := A\mathbf{y}^{(k-1)}, \quad \rho^{(k)} := \frac{\left(\mathbf{y}^{(k-1)}\right)^T \mathbf{z}^{(k)}}{\left(\mathbf{y}^{(k-1)}\right)^T \mathbf{y}^{(k-1)}}, \quad \mathbf{y}^{(k)} := \frac{\mathbf{z}^{(k)}}{\|\mathbf{z}^{(k)}\|}.$$

ただしノルムは最大値ノルムを用いる。

以下の問いに答えよ。

1. $\mathbf{y}^{(0)}$ を $\mathbf{v}_1$ および $\mathbf{v}_2$ の 線形結合 で表せ。

2. $\mathbf{y}^{(k-1)} = c_1^{(k-1)}\mathbf{v}_1 + c_2^{(k-1)}\mathbf{v}_2$,　$\mathbf{y}^{(k)} = c_1^{(k)}\mathbf{v}_1 + c_2^{(k)}\mathbf{v}_2$　と置く。$c_1^{(k)}$, $c_2^{(k)}$ を $c_1^{(k-1)}$, $c_2^{(k-1)}$, λ_1, λ_2 および $\|\mathbf{z}^{(k)}\|$ を用いて表し、かつ、任意の $k = 0, 1, 2, \cdots$ に対して $c_1^{(k)} \neq 0$ であることを示せ。

3. $r^{(k)} = \dfrac{c_2^{(k)}}{c_1^{(k)}}$ と置く。$\lim_{k\to\infty} r^{(k)} = 0$ および $\lim_{k\to\infty} \|\mathbf{y}^{(k)} - c_1^{(k)}\mathbf{v}_1\| = 0$ を証明せよ。ただし $\lim_{k\to\infty} |c_1^{(k)}| < \infty$ を既知として良い。

4. $\lim_{k\to\infty} |c_1^{(k)}| = 1$ を証明せよ。ただし任意の n 元ベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ に対して以下の不等式が成り立つことを用いてよい。

$$\|\mathbf{a}\| - \|\mathbf{a} - \mathbf{b}\| \leq \|\mathbf{b}\| \leq \|\mathbf{a}\| + \|\mathbf{a} - \mathbf{b}\| \tag{1}$$

5. $\lim_{k\to\infty} \rho^{(k)} = \lambda_1$ を証明せよ。

最大値ノルム：maximum norm,　無限大ノルム：infinity norm,　固有値：eigenvalue,
固有ベクトル：eigenvector,　線形結合：linear combination

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2024 年 8 月 16 日実施）

選択問題
情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

8　離散数学とオートマトン

1. α と β は命題を表し、$P(x)$ は x を変数とする述語論理式を表す。

   (1) 論理式 $\alpha \wedge \beta$、$\alpha \vee \beta$、$\alpha \to \beta$、$\alpha \leftrightarrow \beta$ の真理値表を書け。なお、真は 1、偽は 0 で表すこと。

   (2) 以下の (i)〜(iii) の論理式に対し、常に真偽が一致する論理式を直後の選択肢より一つ選び、(a)〜(d) の記号で答えよ。

   (i) $\alpha \to \beta$　(a) $\beta \to \alpha$　(b) $\beta \to \neg\alpha$　(c) $\neg\beta \to \alpha$　(d) $\neg\beta \to \neg\alpha$

   (ii) $\neg(\alpha \wedge \beta)$　(a) $\neg\alpha \wedge \neg\beta$　(b) $\neg\alpha \vee \neg\beta$　(c) $\neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$　(d) $\neg(\neg\alpha \vee \neg\beta)$

   (iii) $\forall x \neg P(x)$　(a) $\neg(\forall x P(x))$　(b) $\neg(\forall x \neg P(x))$　(c) $\neg(\exists x P(x))$　(d) $\neg(\exists x \neg P(x))$

2. 集合 $A = \{1, 2, 3\}$、$A^2 = A \times A$ 上の関係 R_1 と R_2 について以下の問に答えよ。

   (1) $R_1 = \{((a,b),(c,d)) \in A^2 \times A^2 \mid a + b = c + d\}$ とすると、R_1 は同値関係である。A^2 の R_1 による同値類をすべて書け。各同値類の要素もすべて記述すること。

   (2) $R_2 = \{((a,b),(c,d)) \in A^2 \times A^2 \mid ((a = c) \wedge (b = d)) \vee ((a < c) \wedge (b < d))\}$ とすると、R_2 は半順序である。半順序集合 (A^2, R_2) のハッセ図を描け。

3. 以下の (1)〜(9) で示す各々の言語 L_1〜L_9 に対し、正則（すなわちそれを受理する有限オートマトンが存在する）ならば○、正則でないならば×で答えよ。なお、どれも入力記号集合 は $\Sigma = \{0, 1\}$ とし、任意の語 $w \in \Sigma^*$ に対し、w の含む “1” の数と “0” の数を各々 $|w|_1$ と $|w|_0$ で表現する。

   (1) $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid (|w|_1 - |w|_0)$ は偶数 $\}$

   (2) $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_1 \leq 2^{100}\}$

   (3) $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_1 \leq |w|_0\}$

   (4) $L_4 = L_1 \cup L_2$　(5) $L_5 = L_1 \cap L_2$

   (6) $L_6 = L_1 \cup L_3$　(7) $L_7 = L_1 \cap L_3$

   (8) $L_8 = L_2 \cup L_3$　(9) $L_9 = L_2 \cap L_3$

命題: proposition, 変数: variable, 述語論理式: predicate logic expression, 論理式: logic expression, 真理値表: truth table, 真: true, 偽: false, 集合: set, 関係: relation, 同値関係: equivalence relation, 同値類: equivalence class, 半順序: partial order, 半順序集合: partially ordered set, ハッセ図: Hasse diagram, 言語: language, 正則: regular, 受理: accept, 有限オートマトン: finite automaton, 入力記号集合: input alphabet set, 語: word, 偶数: even number