# 大学院情報理工学研究科
# 博士前期課程一般入試　入学試験問題
# （2024年8月16日実施）

## 【情報学専攻】

## 専門科目：［選択問題］

### ※注意事項

1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

2．選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて１４枚、解答用紙は８枚である。（マークシート１枚を含む）

3．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
マークシートに受験番号をマークする際には左詰めで記入し、氏名は記入しないこと。

4．試験時間は必須問題と選択問題をあわせて180分である。

5．選択問題では、４科目の中から３科目を選んで解答すること。
また、選択した３科目は、選択科目記入シートに必ず○印を記入すること。
（採点は選択科目記入シートに○印が記入された科目についてのみ行う。誤記入、記入もれに十分注意すること。）
「確率・オペレーションズリサーチ」では、問２か問３を、
「計算機工学」は4-1か、4-2を選択すること。

6．解答は、必ず当該科目の解答用紙を使用すること。
（解答用紙には問題番号が記入されているので、解答する科目番号が記入されている解答用紙を使用すること。「離散数学」問１、問２はマークシートを使用すること。）
また、解答用紙は裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。

7．選択科目記入シートは、試験終了後に必ず提出すること。

8．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

9．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

10．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2024年8月16日実施）

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 1　アルゴリズムとデータ構造

**問1** 次の条件を満たすヒープについて考える.

- 2分木であり，親ノードの値はその子ノードの値以下である.
- 最大の深さを除くすべての深さのノードが完全に埋まっており，最大の深さではノードが2分木の左から詰められている.

以下のC言語で書かれたプログラムは，このヒープを配列で表現して処理するものであり，配列の先頭要素はヒープの根ノードを表す．次の問いに答えなさい．なお，問題で用いられる配列も以下に示す.

```
void proc1(int a[], int p, int n) {
  int cr, c=p*2+1;
  if (c>=n) return;
  cr=c+1;
  if (cr < n && a[cr] < a[c]) c=cr;
  if (a[p] <= a[c]) return;
  swap(&a[p], &a[c]); // (S)行目
  proc1(a, c, n);
}
```

```
void proc2(int b[], int n){
  int p=n/2-1; if (p < 0) return;
  for ( ; p >= 0; p--)
      proc1(b, p, n); }
```

```
void proc3(int c[], int n){
  for (int i=n-1; i > 0; i--){
   swap(&c[0], &c[i]); proc1(c, 0, i); // (T)行目
  } }
```

```
void proc4(int a[], int n){
  int c=3;
  while (c < n) {
   if (a[0] < a[c]) {
     swap (&a[0], &a[c]);
     proc1(a, 0, 3); }
   c++; }
}
```

```
void swap(int *x, int *y){
 int ex = *x;
     *x = *y;
     *y = ex; }
```

```
問題で用いる配列
int A[]={5,10,15,35,30,40,20,60,65,50,45,55,70,75,25};
int B[]={35,65,75,60,20,55,40,10};//ヒープではない
int C[]={20,30,25,35,40,70,60,50};
int D[]={5,15,20,30,50,40,25,60};
```

(1) ヒープを表す配列Aの先頭要素の値5を100に置き換えて，proc1(A,0,15)を実行する．実行後の配列Aと，(S)行目の実行回数を示しなさい.

(2) proc2は，ヒープでない配列bからヒープを構成する．配列Bを用いてproc2(B,8)を実行した後の配列Bを示しなさい．また，(S)行目の実行回数を示しなさい.

(3) proc3は，proc1を使ってヒープを表す配列cの要素を降順に並び替えるヒープソートのプログラムである．配列Cを用いてproc3(C, 8)を実行するとき，(T)行目が4回繰り返された後の配列Cを示しなさい.

(4) proc4は，ヒープを表す配列aを処理する．配列Dを用いてproc4(D, 8)を実行した後のD[0]〜D[2]の値を答えなさい．また，proc4の実行後，配列aの根ノードにはどんな値が得られるか答えなさい.

ヒープ:heap，2分木:binary tree，親ノード:parent node，子ノード:child node，深さ:depth/level，配列:array，先頭要素:the first element，根ノード:root node，葉ノード:leaf node，降順:descending order，ヒープソート:heap sort

【次のページへ続く】

【前ページから続く】

問 2 最大で N 個までのデータの列を蓄えるキューを考える．キューには整数データを順に入力し，先入れ先出しの方式でデータを蓄積・出力する．キューから出力されたデータは破棄される．以下の C 言語で書かれたプログラムについて答えなさい．なお，ここでは要素数 N の配列 Q を用いてキューを表現する．また，N=8 とする．

(1) algo1 は，キューである配列 q にデータ v を入力する．(A)の実行後，配列 Q と変数 f,r の値を示しなさい．また，配列 Q が蓄えているデータ列を先頭から答えなさい．
(2) algo2 は，配列 q からデータを出力する．(A)の後に(B)を実行した．その実行後の配列 Q と，Q が蓄えているデータ列を先頭から答えなさい．
(3) (C)を実行した後の変数 f, r の値と，配列 Q が蓄えているデータ列を先頭から答えなさい．
(4) 変数 e の値が 1 の時は，キューがどういう状態を表すか答えなさい．

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int N=8; // 蓄積データの最大数
int f, r, e;
void algo2(int q[]) {
  if (e==1) return;
  f++;  f=f % N;
  if (f == r) e=1;
}
void algo1(int q[], int v) {
  if (f == r && e == 0) algo2(q);
  q[r++]=v; e=0;
  r=r % N;
}
int main () {
  int i;  int Q[N];
  f=r=0; e=1;
  for (i=10; i<20; i++) algo1(Q, i);...(A)
  for (i=1; i<=5; i++) algo2(Q);.......(B)
  algo1(Q, 20); algo1(Q,21);
  for (i=1; i<=6; i++) algo2(Q);.......(C)
  return 0;
}
```

キュー:queue,先入れ先出し:first in first out,データ列:data sequence

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 2　確率・オペレーションズリサーチ

この科目（確率・オペレーションズリサーチ）を受験する場合には，問 1 は必ず解答し，問 2 と問 3 はいずれか一方のみを選択して解答すること．

問 1　立方体の形をしたクジが箱に 100 個入っている．クジはそれぞれ赤，黄，青のいずれかの色をしており，0, 1, 5, 10 のいずれかの数字が 1 つ記されている．ランダムにクジを 1 回引いて，数字（確率変数 $X$）と色を観測する．色に応じた倍率（確率変数 $Y$）を設定し，$Z = XY$ という得点を考える．$X$ と $Y$ の同時確率が以下の確率分布に従うものとする．ただし，$a$ は 2 以上の自然数である．

| 色：倍率($Y$) ＼ 数字($X$) | 0 | 1 | 5 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 赤：$a^2$ | 12/100 | 5/100 | 2/100 | 1/100 |
| 黄：$a$ | 4/100 | 10/100 | 14/100 | 12/100 |
| 青：1 | 0/100 | 0/100 | 20/100 | 20/100 |

問 1-1：$Y$ の周辺確率を求めよ．分数もしくは小数点第 2 位まで求めること．
問 1-2：$Y = a^2$ という条件のもとで，数字（$X$）の条件付き確率を求めよ．
問 1-3：得点（$Z$）の期待値を求めよ．
問 1-4：数字は見えないが色だけ見える状態でクジを引く状況を考える．得点（$Z$）の条件付き期待値が最大になるように色を選ぶとして，どの色を選ぶのがよいか $a$ の値で場合分けして答えよ．

Keywords *クジ: lottery, 箱: box, 個: units, 色: color, 数字: number, ランダムに: randomly, 引いて: draw, 確率変数: random variable, 倍率: rate, 得点: score, 同時確率: joint probability, 確率分布: probability distribution, 2 以上: 2 or more, 自然数: natural number, 周辺確率: marginal probability, 条件付き確率: conditional probability, 期待値: expected value, 見えない: invisible, 見える: visible, 条件付き期待値: conditional expected value, 最大: maximal, 選ぶ: choose, どの: which, 場合分け: division into cases*

問 2　この問題を選択する場合には以下の A，B の双方に解答すること．そして問 3 に解答してはいけない．

A　ある製菓工場で，1 つの箱にクッキー100 個をランダムに詰めた製品を作っている．クッキー1 個の重量(g)は正規分布 $N(20, 4^2)$ に従って分布している．箱の重量(g)は，中身が空の状態で 1 箱あたり正規分布 $N(300, 9^2)$ に従って分布している．

問 2A-1：製品（クッキー100 個を箱に詰めたもの）1 個の重量は，どのような分布に従うか．
問 2A-2：出荷時の社内規格として，製品の重量が 2,177g 以上 2,423g 以下となるよう定めており，社内規格を満たさないと不適合品となる．ある製品が，出荷前検査で不適合品となる確率を求めよ．必要に応じて，標準正規分布表を用いても良い．

（次ページへ続く）

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2024 年 8 月 16 日実施）

（前ページから続く）

B　確率変数 $X_1, \ldots, X_n$ が互いに独立に従う確率分布（指数分布）が次の確率密度関数を持つとする．ただし，$n$ は自然数である．

$$f(x) = exp\left(\frac{1}{\mu}\right) = \frac{1}{\mu}e^{-\frac{x}{\mu}} \qquad (x \geq 0)$$

また，$X_1, \ldots, X_n$ の総和を $S_n$ とする．

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

問 2B-1：$S_n/n$ の期待値を求めよ．指数分布の期待値は既知としてよい．
問 2B-2：$S_n/n$ の分散を求めよ．指数分布の分散は既知としてよい．
問 2B-3：$S_n/n$ の標本分布を，中心極限定理を用いて近似することを考える．$n$ が十分大きい時，中心極限定理より $S_n/n$ はどのような分布で近似できるか，パラメータも含めて具体的に答えよ．
問 2B-4：$S_n$ の標本分布を考える． $S_n$ が従う確率密度関数を $f_n(x)$ とするとき $f_n(x)$ は次式で与えられることを，数学的帰納法により示せ．

$$f_n(x) = \frac{1}{(n-1)! \cdot \mu^n} \cdot x^{n-1} \cdot e^{-\frac{x}{\mu}}$$

Keywords *製品: product, 重量: weight, 正規分布: normal distribution, 出荷: shipping, 社内規格: internal standards, 不適合: nonconformity, 出荷前検査: pre-shipment inspection, 確率: probability, 標準正規分布表: standard normal distribution table, 確率変数: random variable, 互いに独立に: independently with each other, 確率分布: probability distribution, 指数分布: exponential distribution, 確率密度関数: probability density function, 自然数: natural number, 期待値: expected value, 既知: known, 分散: variance, 標本分布: sampling distribution, 中心極限定理: central limit theorem, 近似: approximation, 数学的帰納法: mathematical induction, 累積: cumulative*

標準正規分布表（累積確率を記載）

| Z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.50000 | 0.50399 | 0.50798 | 0.51197 | 0.51595 | 0.51994 | 0.52392 | 0.52790 | 0.53188 | 0.53586 |
| 0.1 | 0.53983 | 0.54380 | 0.54776 | 0.55172 | 0.55567 | 0.55962 | 0.56356 | 0.56749 | 0.57142 | 0.57535 |
| 0.2 | 0.57926 | 0.58317 | 0.58706 | 0.59095 | 0.59483 | 0.59871 | 0.60257 | 0.60642 | 0.61026 | 0.61409 |
| 0.3 | 0.61791 | 0.62172 | 0.62552 | 0.62930 | 0.63307 | 0.63683 | 0.64058 | 0.64431 | 0.64803 | 0.65173 |
| 0.4 | 0.65542 | 0.65910 | 0.66276 | 0.66640 | 0.67003 | 0.67364 | 0.67724 | 0.68082 | 0.68439 | 0.68793 |
| 0.5 | 0.69146 | 0.69497 | 0.69847 | 0.70194 | 0.70540 | 0.70884 | 0.71226 | 0.71566 | 0.71904 | 0.72240 |
| 0.6 | 0.72575 | 0.72907 | 0.73237 | 0.73565 | 0.73891 | 0.74215 | 0.74537 | 0.74857 | 0.75175 | 0.75490 |
| 0.7 | 0.75804 | 0.76115 | 0.76424 | 0.76730 | 0.77035 | 0.77337 | 0.77637 | 0.77935 | 0.78230 | 0.78524 |
| 0.8 | 0.78814 | 0.79103 | 0.79389 | 0.79673 | 0.79955 | 0.80234 | 0.80511 | 0.80785 | 0.81057 | 0.81327 |
| 0.9 | 0.81594 | 0.81859 | 0.82121 | 0.82381 | 0.82639 | 0.82894 | 0.83147 | 0.83398 | 0.83646 | 0.83891 |
| 1.0 | 0.84134 | 0.84375 | 0.84614 | 0.84849 | 0.85083 | 0.85314 | 0.85543 | 0.85769 | 0.85993 | 0.86214 |
| 1.1 | 0.86433 | 0.86650 | 0.86864 | 0.87076 | 0.87286 | 0.87493 | 0.87698 | 0.87900 | 0.88100 | 0.88298 |
| 1.2 | 0.88493 | 0.88686 | 0.88877 | 0.89065 | 0.89251 | 0.89435 | 0.89617 | 0.89796 | 0.89973 | 0.90147 |
| 1.3 | 0.90320 | 0.90490 | 0.90658 | 0.90824 | 0.90988 | 0.91149 | 0.91309 | 0.91466 | 0.91621 | 0.91774 |
| 1.4 | 0.91924 | 0.92073 | 0.92220 | 0.92364 | 0.92507 | 0.92647 | 0.92785 | 0.92922 | 0.93056 | 0.93189 |
| 1.5 | 0.93319 | 0.93448 | 0.93574 | 0.93699 | 0.93822 | 0.93943 | 0.94062 | 0.94179 | 0.94295 | 0.94408 |
| 1.6 | 0.94520 | 0.94630 | 0.94738 | 0.94845 | 0.94950 | 0.95053 | 0.95154 | 0.95254 | 0.95352 | 0.95449 |
| 1.7 | 0.95543 | 0.95637 | 0.95728 | 0.95818 | 0.95907 | 0.95994 | 0.96080 | 0.96164 | 0.96246 | 0.96327 |
| 1.8 | 0.96407 | 0.96485 | 0.96562 | 0.96638 | 0.96712 | 0.96784 | 0.96856 | 0.96926 | 0.96995 | 0.97062 |
| 1.9 | 0.97128 | 0.97193 | 0.97257 | 0.97320 | 0.97381 | 0.97441 | 0.97500 | 0.97558 | 0.97615 | 0.97670 |
| 2.0 | 0.97725 | 0.97778 | 0.97831 | 0.97882 | 0.97932 | 0.97982 | 0.98030 | 0.98077 | 0.98124 | 0.98169 |
| 2.1 | 0.98214 | 0.98257 | 0.98300 | 0.98341 | 0.98382 | 0.98422 | 0.98461 | 0.98500 | 0.98537 | 0.98574 |
| 2.2 | 0.98610 | 0.98645 | 0.98679 | 0.98713 | 0.98745 | 0.98778 | 0.98809 | 0.98840 | 0.98870 | 0.98899 |
| 2.3 | 0.98928 | 0.98956 | 0.98983 | 0.99010 | 0.99036 | 0.99061 | 0.99086 | 0.99111 | 0.99134 | 0.99158 |
| 2.4 | 0.99180 | 0.99202 | 0.99224 | 0.99245 | 0.99266 | 0.99286 | 0.99305 | 0.99324 | 0.99343 | 0.99361 |
| 2.5 | 0.99379 | 0.99396 | 0.99413 | 0.99430 | 0.99446 | 0.99461 | 0.99477 | 0.99492 | 0.99506 | 0.99520 |
| 2.6 | 0.99534 | 0.99547 | 0.99560 | 0.99573 | 0.99585 | 0.99598 | 0.99609 | 0.99621 | 0.99632 | 0.99643 |
| 2.7 | 0.99653 | 0.99664 | 0.99674 | 0.99683 | 0.99693 | 0.99702 | 0.99711 | 0.99720 | 0.99728 | 0.99736 |
| 2.8 | 0.99744 | 0.99752 | 0.99760 | 0.99767 | 0.99774 | 0.99781 | 0.99788 | 0.99795 | 0.99801 | 0.99807 |
| 2.9 | 0.99813 | 0.99819 | 0.99825 | 0.99831 | 0.99836 | 0.99841 | 0.99846 | 0.99851 | 0.99856 | 0.99861 |
| 3.0 | 0.99865 | 0.99869 | 0.99874 | 0.99878 | 0.99882 | 0.99886 | 0.99889 | 0.99893 | 0.99896 | 0.99900 |

（次ページへ続く）

（前ページから続く）

問３　この問題を選択する場合には，問２に解答してはいけない．

以下の式 (1)-(5) からなる最大化問題をシンプレックス法で解くことを考える：

$$
\begin{aligned}
& max\ -x_1 + x_2 + 2x_3 && (1)\\
& s.t.\ \ x_1 + 2x_2 - x_3 \le 20, && (2)\\
& \quad -2x_1 + 4x_2 + 2x_3 \le 60, && (3)\\
& \quad 2x_1 + 3x_2 + x_3 \le 50, && (4)\\
& \quad x_1, x_2, x_3 \ge 0. && (5)
\end{aligned}
$$

このためには，以下の手続きを実行しなければならない．

ステップ1. 不等式制約をスラック変数 $x_4, x_5, x_6$ を用いて等式制約に変換する．

ステップ2. 最初の非基底変数を $x_1, x_2, x_3$，基底変数を $x_4, x_5, x_6$ として，実行基底解を求める．ここで，基底解とは６つの変数と変換した３つの等式制約からなる連立１次方程式の解である．また，実行基底解とはその変数の値が全て非負となる基底解のことである．

ステップ3. 求めた実行基底解の値を改善できるかどうかを考えるために，シンプレックス表を作る．もし改善できなければシンプレックス法を終了する．改善できる場合は，目的関数の値を最も大きく改良する非基底変数を１つ選ぶ．

ステップ4. 現行の基底変数 $x_4, x_5, x_6$ の中から非基底変数にする変数を選ぶ．ステップ３で選んだ非基底変数を増加させると，等式制約を満たすように，現行の基底変数の値を減少させなければならない．したがって，現行の基底変数が負にならない範囲で，選んだ非基底変数を増加させる．その選んだ非基底変数は30 まで増加させることができる．

ステップ5. 次に基底解に入る基底変数と次に基底解から出る非基底変数の交点係数を１とし，その列の他の係数を０にするようにシンプレックス表を更新する．

ステップ6. シンプレックス表を更新すると，実行基底解も更新されるので，ステップ３に戻ってこれまでの手順を繰り返す．

問 3-1: ステップ３で最初に作ったシンプレックス表を解答欄にしたがって作成せよ．ただし，$z_j$の行は$c_j$と$x_j$の列の各要素の積の和である．

問 3-2: ステップ３で選んだ非基底変数を答えよ．

問 3-3: １回目のステップ３から５でシンプレックス表を更新したとき，変数$x_2$の列における係数はそれぞれ 4, 2, 1 となる．それに基づいてこのシンプレックス表を完成させなさい．

問 3-4: 式 (1)-(5) の最大化問題の最適解（各変数の値）とその解における目的関数の値をシンプレックス法で求めよ．なお，解答欄にしたがってシンプレックス表を完成させよ．ただし，１回目の表は問 3-1，２回目の表は問 3-3 で解答しているので，ここには３回目以降のシンプレックス表を書くこと．また解答欄には５回目まで表を用意しているが，すべてを埋める必要があるとは限らない．

Keywords　*最大化問題: maximization problem, シンプレックス法: simplex method, 不等式制約: inequality constraints, スラック変数: slack variable, 等式制約: equality constraints, 非: non, 基底変数: basic variable, 実行基底解: basic feasible solution, 非負: non-negative, 表: table, 目的関数: objective function, 係数: coefficient, 最適解: optimal solution, 完成: complete*

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 3　離散数学

**注意**：離散数学の**問 1**, **問 2** はマークシートに解答しなさい．
解答にあたっては，$\boxed{1}$ ～ $\boxed{26}$ に当てはまる最も適切なものを，
**選択肢**から選びなさい．

**問 1.** 以下の各問いの空欄を埋めるのに最適なものを，選択肢から選べ．

(1) 次の推論について考える．

プログラムが正しく動作していれば，エラーメッセージは出ない．
エラーメッセージが出ていない．
ゆえに，プログラムは正しく動作している．

「プログラムが正しく動作している」「エラーメッセージが出ない」という命題を，それぞれ $P$，$Q$ とすると，この推論が正しいことと，

$$((P \Rightarrow Q) \wedge Q) \Rightarrow P$$

が恒真式であることは同値である．この式が恒真式かどうかを調べるため，以下の真理値表を作成する．ただし，真と偽をそれぞれ 1 と 0 で表す．

| $P$ | $Q$ | $((P \Rightarrow Q) \wedge Q) \Rightarrow P$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | $\boxed{1}$ |
| 1 | 0 | $\boxed{2}$ |
| 0 | 1 | $\boxed{3}$ |
| 0 | 0 | $\boxed{4}$ |

この真理値表より，上の推論は $\boxed{5}$ であるといえる．

$\boxed{1}$ ～ $\boxed{5}$ **の選択肢：**　⓪ 0　① 1　② 正しい推論　③ 誤った推論

推論：inference，命題：proposition，恒真式：tautology，真理値表：truth value table，
真：true，偽：false

【次のページへ続く】

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 3　離散数学

【前のページから】

(2) 次の推論について考える．

この機械はナカタさんが組み立てたものであるならば，
ナカタさんが自分で部品を加工したか部品を購入したかのどちらかだ．
ナカタさんが部品を購入したのなら，購入履歴が残っている．
ナカタさんが部品を購入した履歴は残っていない．
ナカタさんは部品を加工できない．
ゆえに，この機械はナカタさんが組み立てたものではない．

「ナカタさんが機械を組み立てた」「ナカタさんが部品を加工した」「ナカタさんが部品を購入した」「購入履歴がある」という命題を，それぞれ $P, Q, R, S$ とする．このとき，この推論が正しいことと，

$$\underline{((P \Rightarrow (Q \vee R)) \wedge (R \Rightarrow S) \wedge \neg S \wedge \neg Q)} \Rightarrow \neg P \qquad \cdots\cdots ①$$

が恒真式であることは同値である．ここでは，同値変形を行うことで①が恒真式かを調べる．任意の命題 $A$，$B$ に対して，$A \wedge (A \Rightarrow B)$ が $A \wedge B$ と同値であることを利用すると，$(R \Rightarrow S) \wedge \neg S$ は，$\boxed{6} \wedge \boxed{7}$ と同値である．このように同値変形を繰り返すことで，①の下線部分は，

$$\neg(\boxed{8} \vee \boxed{9} \vee \boxed{10} \vee \boxed{11})$$

と同値であることがわかる．すなわち，①全体は，

$$\boxed{8} \vee \boxed{9} \vee \boxed{10} \vee \boxed{11} \vee \boxed{12}$$

と同値であるから，上の推論は $\boxed{13}$ であるといえる．

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **$\boxed{6}$ ～ $\boxed{13}$ の選択肢：** | ⓪ $P$ | ① $\neg P$ | ② $Q$ | ③ $\neg Q$ | |
| ④ $R$ | ⑤ $\neg R$ | ⑥ $S$ | ⑦ $\neg S$ | ⑧ 正しい推論 | ⑨ 誤った推論 |

同値変形：equivalence transformation

【次のページへ続く】

## 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

# 3　離散数学

【前のページから】

(3) 次の推論について考える.

> 装置 A か装置 B を使えば，実験 が成功する.
> 気温 が 20 度以上だと，装置 A は使えない.
> ヤマダ教授が不在のときは，装置 B は使えない.
> 気温は 25 度であり，ヤマダ教授は在室している.
> ゆえに，実験は成功する.

「装置 A が使える」「装置 B が使える」「実験が成功する」「気温が 20 度以上である」「ヤマダ教授が不在である」という命題を，それぞれ $P$, $Q$, $R$, $S$, $T$ とする．このとき，この推論が正しいことと,

$$(((P \vee Q) \Rightarrow R) \wedge (S \Rightarrow \neg P) \wedge (T \Rightarrow \neg Q) \wedge (S \wedge \neg T)) \Rightarrow R$$

が恒真式であることは同値である．同値変形を繰り返すことにより，この式は,

$$\boxed{14} \vee \boxed{15} \vee \boxed{16} \vee \boxed{17} \vee \boxed{18}$$

と同値であると分かるから，上の推論は $\boxed{19}$ であるといえる.

**$\boxed{14}$ ～ $\boxed{18}$ の選択肢：**
⓪ $P$　① $\neg P$　② $Q$　③ $\neg Q$　④ $R$　⑤ $\neg R$　⑥ $S$　⑦ $\neg S$　⑧ $T$　⑨ $\neg T$

**$\boxed{19}$ の選択肢：** ⓪ 正しい推論　① 誤った推論

---

装置：device, 実験：experiment, 気温：temprature

【次のページへ続く】

## 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

# 3　離散数学

【前のページから】

**問 2.**　次の空欄に当てはまるものを，以下の選択肢から選べ．異なる番号の空欄に同じものが入ることもある．また，順不同の箇所はどの順序で解答しても正解とする．

(1) 空でない 集合 $A, B, C, D$ に対して，以下の関係が成り立っている．

$$A \cup B \subseteq C \cup D \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

このとき，$B$ の要素である任意の $x$ に対して，$\boxed{20}$ が成り立つ．

(2) 空でない集合 $A, B, C, D$ に対して，以下の関係が成り立っている（なお，①が成り立っているとは限らない）．

$$A \cap B = \emptyset \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

$$C \subseteq A \subsetneq D \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

このとき，$B$ の要素である任意の $x$ に対して，$\boxed{21}$ および $\boxed{22}$ が成り立つ．

(3) 空でない集合 $A, B, C, D$ に対して，上記の関係①, ②, ③が成り立っている．このとき，$B$ の要素である任意の $x$ に対して，$\boxed{20}$, $\boxed{21}$, $\boxed{22}$ のほかに $\boxed{23}$ が成り立つ．ゆえに，集合間の関係として $\boxed{24}$ が成り立つ．

(4) 空でない集合 $A, B, C, D$ に対して，上記の関係①が成り立っているとする（なお，②, ③が成り立っているとは限らない）．このとき，集合間の関係としてさらに $\boxed{25}$ および $\boxed{26}$ が成り立てば，$B - D = C$ が成り立つ．ここで，$-$ は差集合を表す．

$\boxed{20}$ ～ $\boxed{23}$ **の選択肢：** ⓪ $x \in A$ ① $x \notin A$ ② $x \in C$ ③ $x \notin C$ ④ $x \in D$ ⑤ $x \notin D$ ⑥ $x \in C \cup D$ ⑦ $x \notin C \cup D$ ⑧ $x \in A \cap B$ ⑨ $x \notin A \cup D$

$\boxed{24}$ ～ $\boxed{26}$ **の選択肢：** ⓪ $B \subseteq D$ ① $B \subsetneq C$ ② $C \subseteq B$ ③ $A \subseteq C \cap D$ ④ $A \subseteq B \cap C$ ⑤ $A \cap C = \emptyset$ ⑥ $A \cap D = \emptyset$ ⑦ $B \cap C \neq \emptyset$ ⑧ $C \cap D = \emptyset$

---

集合：set, 差集合：difference set

【次のページへ続く】

## 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

# 3 離散数学

【前のページから】

**問 3.**

1 以上の整数の全体からなる集合を $X$ とする．ある空でない集合 $Y$ に対し，写像 $f:X\to Y$ が 全射 であるとする．また，写像 $g:Y\to X$ を次のように定義する．任意の $y\in Y$ に対して，$y=f(x)$ を満たす全ての $x$ の中で最小の値のものを $m$ とすると，$g(y)=m$ である．このとき以下の問に答えよ．

(1) $Y=\{0,1,2\}$ とする．このとき，写像 $f$ と写像 $g$ の具体例を示せ．

(2) 空欄に当てはまる記号または式を記せ．同じ番号の空欄には同じものが入る．

$f\circ g$ が 恒等写像 であることを以下のように示す．任意の $y\in Y$ に対して集合 $S$ を $S=\boxed{\ 1\ }$ と定義する．このとき，$f$ が全射であることから，$S$ は空集合ではない．よってその最小値を $m$ とすると $g(y)=m$ であり，また，任意の要素 $n\in S$ について $f(n)=\boxed{\ 2\ }$ である．したがって任意の $y\in Y$ に対して $(f\circ g)(y)=\boxed{\ 2\ }$ であるから，$f\circ g$ は恒等写像である．

次に，$g$ が 単射 であることを以下のように示す．$g$ が単射であることを示すには，$y\neq y'$ である任意の $y,y'\in Y$ に対して，$\boxed{\ 3\ }$ であることを示せば良い．

$f$ は写像であることから，ある $x\in X$ に対して，$f(x)$ の値はただ一つに定まる．したがって $y\neq y'$ である任意の $y,y'\in Y$ に対して集合 $S$ と $T$ を，$S=\boxed{\ 1\ }$ および $T=\boxed{\ 4\ }$ と定義すると，$S\cap T=\boxed{\ 5\ }$ である．$g(y)\in S$ および $g(y')\in T$ であることから，$\boxed{\ 3\ }$ が言える．

(3) $X\neq Y$ であり，かつ，写像 $g$ が全射となるような，写像 $f$ と写像 $g$ の具体例を示せ．

---

整数：integer, 写像：map, 全射：surjection, 恒等写像：identity function, 単射：injection

【次のページへ続く】

## 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

# 3 離散数学

【前のページから】

**問 4.** 集合 $X_1, \dots, X_n$（$n$ は 2 以上の自然数）について，数学的帰納法を用いて次の式が成り立つことを示したい．ただし，$X^c$ は $X$ の補集合を表すものとする．

$$(X_1 \cup X_2 \cup \cdots \cup X_n)^c = X_1^c \cap X_2^c \cap \cdots \cap X_n^c \qquad \cdots\cdots ①$$

(1) $n = 2$ のときに，$(X_1 \cup X_2)^c = X_1^c \cap X_2^c$ が成り立つことを以下の手順で示せ．

(a) $x \notin (X_1 \cup X_2) \iff x \notin X_1 \wedge x \notin X_2$ が成り立つことを証明せよ．

(b) $(X_1 \cup X_2)^c = X_1^c \cap X_2^c$ が成り立つことを示すには，

$$(X_1 \cup X_2)^c \subseteq X_1^c \cap X_2^c \quad \text{かつ} \quad (X_1 \cup X_2)^c \supseteq X_1^c \cap X_2^c \qquad \cdots\cdots ②$$

を示せば良い．(a) の結果を用いて ② を証明せよ．

(2) $n = k$ $(k \geq 2)$ のときに ① が成立すると仮定すると，$n = k + 1$ のときも ① が成立することを示せ．

---

自然数：natural number，数学的帰納法：mathmatical induction，補集合：complement

【離散数学の問題はここまで】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2024 年 8 月 16 日実施）

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 4　計算機工学　[4-1]

1. 次の<u>文脈自由文法</u> $G_1, G_2$ が与えられたとき，以下の問いに答えなさい．
$G_1=(N_1, \Sigma_1, P_1, S_1)=(\{S_1\}, \{a\}, P_1, S_1)$　ここで，$P_1=\{S_1\to a, S_1\to S_1S_1\}$
$G_2=(N_2, \Sigma_2, P_2, S_2)=(\{S_2, A, B, C\}, \{b, c\}, P_2, S_2)$
ここで，$P_2=\{S_2\to AB, S_2\to AC, A\to b, B\to c, C\to S_2B\}$

(1) $G_1$ が生成する言語 $L(G_1)$ と $G_2$ が生成する言語 $L(G_2)$ をそれぞれ記述しなさい．例えば，$\{a^ib^i \mid i\geqq 1\}$のような形式で表記すること．

(2) 上記の $G_1, G_2$ に対して $L_1=L(G_1), L_2=L(G_2)$とし，言語 $L_3=L_1\cdot L_2$（$L_3$ は $L_1$ と $L_2$ との<u>連接</u>）を生成する文脈自由文法を $G_3=(N_3, \Sigma_1\cup\Sigma_2, P_3, S_3)$とする．このとき，$P_1$ および $P_2$ 中の<u>生成規則</u>を利用して，$G_3$ の生成規則の有限集合 $P_3$ を書きなさい．

(3) 言語 $L_4=\{a^ib^ic^j \mid i\geqq 1, j\geqq 1\}$を生成する文脈自由文法 $G_4=(N_4, \{a, b, c\}, P_4, S_4)$を記述しなさい．

(4) $G_4$ が生成する<u>終端記号列</u> $abcc$ および $aabbc$ に対して，それぞれの<u>導出木</u>を示しなさい．

(5) 言語 $L_5=L_3\cup L_4$（$L_5$ は $L_3$ と $L_4$ の<u>和集合</u>）と $L_6=L_3\cap L_4$（$L_6$ は $L_3$ と $L_4$ の<u>共通集合</u>）について，これらを上記の $L_4$ のような形式で記述し，それぞれ<u>文脈自由言語</u>か否かを答えなさい（証明を書く必要はない）．

2. $\Sigma=\{a, b\}$とする．連続する 2 個の $a$ または連続する 2 個の $b$ を含む記号列からなる $\Sigma$ 上の言語を $L_1$ とし，$a, b$ を共に 1 個以上含む記号列からなる $\Sigma$ 上の言語を $L_2$ とする．このとき，以下の問いに答えなさい．

(1) $L_1$ と $L_2$ について，これらの言語に属する記号列をそれぞれ 3 つ書きなさい．

(2) $L_1$ を受理する<u>決定性有限オートマトン</u> $M_1=(Q_1, \Sigma, \delta_1, p_0, F_1)$ の<u>状態遷移図</u>を描きなさい．その際，<u>初期状態</u> $p_0$ を二重矢印（⇒）で指し，<u>最終状態</u>は二重丸（◎）で囲みなさい．また，$M_1$ の<u>状態遷移関数</u> $\delta_1$ をすべて書きなさい．

(3) 同様に，$L_2$ を受理する決定性有限オートマトン $M_2=(Q_2, \Sigma, \delta_2, q_0, F_2)$の状態遷移図を描きなさい．その際，初期状態 $q_0$ を二重矢印で指し，最終状態は二重丸で囲みなさい．また，$M_2$ の状態遷移関数 $\delta_2$ をすべて書きなさい．

(4) 言語 $L_3=L_1\cap L_2$ に属する記号列を 3 つ書きなさい．

(5) $L_3$ を受理する決定性有限オートマトン $M_3=(Q_3, \Sigma, \delta_3, r_0, F_3)$の状態遷移図を描きなさい．その際，初期状態 $r_0$ を二重矢印で指し，最終状態は二重丸で囲みなさい．

文脈自由文法：context-free grammar，連接：concatenation，生成規則：production，終端記号列：terminal string，導出木：derivation tree，和集合：union，共通集合：intersection，文脈自由言語：context-free language，決定性有限オートマトン：deterministic finite automaton，状態遷移図：state transition diagram，初期状態：initial state，最終状態：final state，状態遷移関数：state transition function

大学院情報理工学研究科 博士前期課程：一般入試（2024 年 8 月 16 日実施）

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 4 計算機工学 [4-2]

**1.** 以下の問いに答えよ.

(1) 10 進数の 0.34375 を2 進数で表せ.

(2) 8ビットの符号つき整数 $x$ を2 の補数で表すとき，表現できる数値の範囲を 10 進数で書け.

(3) 2100 個の漢字を同一のビット数で一意にコード化する際に，必要となる最小のビット数を答えよ.

(4) 式 (1) の論理式を変形し，最も簡単化された式を答えよ. $\overline{x}$ は $x$ の否定とする.

$$x(y+z)(\overline{x}+\overline{z}) \tag{1}$$

(5) 式 (2) の論理関数を実現する回路を 2 入力の NAND ゲートだけで構成し，その回路図を描け. $\overline{x}$ は $x$ の否定とする.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2 + x_3\overline{x}_4 \tag{2}$$

**2.** プログラム 1は 5,000 個の浮動小数点命令と 25,000 個の整数命令で構成されている. プロセッサ A において，クロック周波数は 2.0GHz. 浮動小数点命令は 7サイクル，整数命令は 1 サイクルを要する. 以下の問いに答えよ.

(1) プロセッサ A がプログラム 1 を実行するのに必要な時間を答えよ.

(2) プログラム 1 に対するプロセッサ A のCPIを求めよ.

(3) プログラム 2 に対するプロセッサ A の CPI は 5 である. プログラム 2 における浮動小数点命令と整数命令の比率を求めよ.

**3.** バイトアドレッシング方式を採用したコンピュータ T はダイレクトマップ方式のキャッシュを使用している. 主記憶の容量は 4MB，キャッシュ容量は 4KB，キャッシュブロックの大きさは 8B である，以下の問いに答えよ.

(1) アドレスの内，キャッシュブロックを一意に指定するインデックスのビット数を求めよ.

(2) キャッシュが初期状態で空であると仮定し，メモリユニットから連続したアドレスに格納された 1001 バイトのデータをアドレス順に 1 バイトずつ読み出すプログラムを実行する場合，理由つきでヒット率を求めよ.

10 進数：decimal number，2 進数：binary number，ビット：bit，符号つき整数：signed integer，2 の補数：two's complement，一意：unique，コード化：encoding，論理式：logical expression，変形：transform，簡単化：simplification，否定：negation，論理関数：logical function，実現：implementation，プログラム：program，浮動小数点：floating-point，命令：instruction，整数：integer，クロック周波数：clock frequency，サイクル：cycle，CPI：cycles per instruction，バイトアドレッシング：byte addressing，ダイレクトマップ：direct-mapped，キャッシュ：cache，主記憶：main memory，容量：capacity，ブロック：block，アドレス：address，インデックス：index，初期状態：initial state，メモリユニット：memory unit，読み出す：read out