

大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試 入学試験問題
(2024年8月16日実施)

【情報学専攻】

専門科目：[必須問題]

※注意事項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 必須問題の問題冊子はこの注意事項を含めて3枚、解答用紙は2枚である。
3. 試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
4. 試験時間は必須問題と選択問題をあわせて180分である。
5. 必須問題は2問である。すべての問題を解答すること。
6. 解答は、問題ごとに別々の解答用紙（各問題ごとに1枚）を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
7. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
8. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。
9. 解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

必須問題

情報学専攻

「線形代数」および「微分積分」

問題 [1], 問題 [2] (次ページ) の両方について解答せよ.

[1] c を定数とする. 3次正方行列

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 7 & -12 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 3+c & 9-c^2 \\ -2 & 3 & -8+c^2 \end{bmatrix}$$

に対して, 次の 線形写像 を考える.

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad f(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x} \quad (\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3)$$

$$g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad g(\boldsymbol{x}) = B\boldsymbol{x} \quad (\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3)$$

(1) $\boldsymbol{a}_i$ を A の第 i 列とする ($i = 1, 2, 3$). $\boldsymbol{a}_3$ を $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2$ の 1次結合 で表せ.

さらに, f の 像 $\text{Im } f$ の 次元 $\dim \text{Im } f$ を求めよ.

(2) g の 核 $\text{Ker } g$ に対して, $\dim \text{Ker } g \neq 0$ であるための c の条件を求めよ.

(3) $\dim (\text{Im } f \cap \text{Ker } g) \neq 0$ であるための c の条件を求めよ.

線形写像: linear map, 1次結合: linear combination, 像: image, 次元: dimension,
核: kernel

【次ページへ続く】

【前ページから続く】

[2] 以下の問いに答えよ.

(1) 2変数関数 $f(x, y) = x^2y - xy^2 - 2$ に対して, 点 $(-1, -2)$ のまわりで $f(x, y) = 0$ によって定義される C^1 級の陰関数を $y = \varphi(x)$ とするとき, 導関数 $\varphi'(x)$ を x, y の有理式で表せ. さらに, $\varphi''(-1)$ の値を求めよ.

(2) 次の2重積分の値を求めよ.

(i) $I_1 = \iint_{D_1} y \cos(x-y) dx dy, \quad D_1 = \left\{ (x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq \frac{\pi}{2} \right\}$

(ii) $I_2 = \iint_{D_2} \frac{dx dy}{\sqrt{(x^2 + y^2)(1 - x^2 - y^2)}},$

$$D_2 = \left\{ (x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, \frac{1}{4} \leq x^2 + y^2 \leq \frac{3}{4} \right\}$$

陰関数: implicit function, 有理式: rational expression, 2重積分: double integral